1. 16의 네제곱근 중 실수인 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2,\ 2$

해설

16의 네제곱근은

$x^4 = 16$를 만족하는 x의 값이므로

$x^4 - 16 = 0$에서

$(x^2-4)(x^2+4) = 0$

$(x-2)(x+2)(x^2+4) = 0$

$\therefore x = -2,\ 2,\ 2i,\ -2i$

따라서 16의 네제곱근 중 실수인 것은

$-2,\ 2$

2. $(\sqrt[5]{2})^4 \times \sqrt[5]{64}$ 의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ $\sqrt[5]{128}$　④ 4　⑤ $\sqrt[5]{512}$

해설

$2^{\frac{4}{5}} \times 2^{\frac{6}{5}} = 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$

3. $\log_x 9 = \frac{2}{3}$ 를 만족하는 x 의 값은?

① 3　② 9　③ 27　④ 30　⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$\log_x 9 = \frac{2}{3}$ 에서 $x^{\frac{2}{3}} = 9$

양변을 $\frac{3}{2}$ 제곱하면 $(x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = 9^{\frac{3}{2}}$

$\therefore\ x = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 27$

4. $1+\log_9 12-\log_9 4$의 값은?

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\log_9 12-\log_9 4 &= 1+\log_9 9+\log_9 12-\log_9 4\\ &= \log_9(9\times 12\div 4)\\ &= \log_9 27=\log_{3^2} 3^3=\frac{3}{2}\end{aligned}$$

5. $a > 0,\ b > 0,\ a \neq 1,\ b \neq 1$ 이고 $\log_{a^3 b} ab^3 = 9$ 일 때, $\log_a b$ 의 값은?

① $\dfrac{13}{3}$ ② $\dfrac{14}{3}$ ③ -3 ④ 3 ⑤ 5

해설

$\log_{a^3 b} ab^3 = \dfrac{\log ab^3}{\log a^3 b} = \dfrac{\log a + 3\log b}{3\log a + \log b} = 9$ 에서

$\log a + 3\log b = 27\log a + 9\log b$

$-26\log a = 6\log b$

$-\dfrac{26}{6} = \dfrac{\log b}{\log a}$

$\therefore\ \log_a b = -\dfrac{13}{3}$

6. $\sqrt[6]{\dfrac{\sqrt{2^4}}{\sqrt[3]{5}}} \times \sqrt[9]{\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{2^6}}}$ 를 간단히 하여 $\sqrt[n]{4}$ 로 나타낼 때, 자연수 n 의 값은?

① 4　　② 6　　③ 9　　④ 12　　⑤ 18

해설

$$\sqrt[6]{\frac{\sqrt{2^4}}{\sqrt[3]{5}}} \times \sqrt[9]{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{2^6}}} = \frac{\sqrt[6]{\sqrt{2^4}}}{\sqrt[6]{\sqrt[3]{5}}} \times \frac{\sqrt[9]{\sqrt{5}}}{\sqrt[9]{\sqrt[3]{2^6}}}$$

$$= \frac{\sqrt[12]{2^4}}{\sqrt[18]{5}} \times \frac{\sqrt[18]{5}}{\sqrt[27]{2^6}}$$

$$= \frac{\sqrt[3\times4]{2^4}}{\sqrt[9\times3]{2^{3\times2}}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[9]{2^2}}$$

$$= \frac{\sqrt[9]{2^3}}{\sqrt[9]{2^2}} = \sqrt[9]{\frac{2^3}{2^2}}$$

$$= \sqrt[9]{2} = \sqrt[18]{4}$$

$$\therefore n = 18$$

7. 상용로그 $\log 6.3$ 은 0.80 이고, $a = \log 6300$, $\log b = -1.20$ 일 때, $a+10b$ 의 값은?

① 3.80 ② 4.04 ③ 4.28 ④ 4.32 ⑤ 4.43

해설

$a = \log 6300 = \log(1000 \times 6.3) = 3 + \log 6.3 = 3.80$ 이고

$\log b = -1.20 = -2 + 0.80 = \log 0.01 + \log 6.3$

$= \log 0.063$ 이므로 $b = 0.063$

$\therefore a + 10b = 3.80 + 0.63 = 4.43$

8. $\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 일 때, 양수 A 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은?

수	0	1	2	3	4	5
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5326	.5250
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378
3.5	.5441	.5435	.5465	.5478	.5490	.5502

① 0.3020　② 0.355　③ 1.35

④ 2.30　⑤ 2.33

해설

$\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 에서

$\log 31.4 + \log A = 1.0471$

$\log A = 1.0471 - \log 31.4$

$= 1.0471 - (1 + \log 3.14)$

$= 1.0471 - (1 + 0.4969)$($\therefore$ 로그표에서 $\log 3.14 = 0.4969$)

$= -0.4498$

$= -1 + 0.5502$

그런데 주어진 로그표에서 $\log 3.55 = 0.5502$ 이므로 $A = 0.355$ 이다.

9. $\log 80$ 의 정수 부분을 n, 소수 부분을 a 라 할 때, $10^n + 10^a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$\log 80 = \log(10 \times 8) = 1 + \log 8$ 에서
$0 < \log 8 < 1$ 이므로
$\log 80$ 의 정수 부분은 1 이고 소수 부분은 $\log 8$ 이다.
즉 $n = 1, a = \log 8$ 이므로
$10^n + 10^a = 10 + 10^{\log 8} = 10 + 8 = 18$

10. $\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}}$를 $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때, $p+q$의 값을 구하여라. (단, p, q는 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4\times 2}}} \\ &= \sqrt{4\sqrt[12]{2^5}} = \sqrt{2^2\cdot\sqrt[12]{2^5}} \\ &= \sqrt{\sqrt[12]{2^{24}\times 2^5}} = \sqrt[24]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{24}}\end{aligned}$$

따라서 $P=29,\ q=24$이므로 $p+q=53$

11. $(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\sqrt[3]{3}=a$, $\sqrt[3]{2}=b$ 라고 하면
$(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})$
$=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$=a^3+b^3$
$=3+2=5$

12. $a > 0$이고 $m,\ n,\ p$가 2이상의 정수일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

② $\sqrt[2p]{a^{mp}} = \sqrt{a^m}$

③ $(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[m]{a})^n = \sqrt{a^{mn}}$

④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{1}{mn}}$

⑤ $\dfrac{1}{a^{\frac{n}{m}}} = a^{-\frac{n}{m}}$

해설

$(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[m]{a})^n = a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{n}{m}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{n}{m}} = a^{\frac{m^2+n^2}{mn}}$

13. 서로소인 두 자연수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{12}}$$

따라서 $a+b=13$이다.

14. 세 수 A, B, C를

$A = (10\sqrt{5}$의 6제곱근 중 양의 실수)

$B = (\sqrt{24}$의 세제곱근 중 실수),

$C = (64$의 8제곱근 중 양의 실수)

로 정의할 때, 세 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 차례로 쓰면?

① A, B ② A, C ③ B, A ④ B, C ⑤ C, B

해설

$A = \sqrt[6]{\sqrt{500}} = 500^{\frac{1}{12}}$,

$B = \sqrt[3]{\sqrt{24}} = \left\{(24)^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}} = 24^{\frac{1}{6}} = (24^2)^{\frac{1}{12}} = 576^{\frac{1}{12}}$

$C = \sqrt[8]{2^6} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{2^9} = 512^{\frac{1}{12}}$ 이므로

$A = 500^{\frac{1}{12}}$, $B = 576^{\frac{1}{12}}$, $C = 512^{\frac{1}{12}}$

이때, $500 < 512 < 576$이므로

$A < C < B$

따라서 가장 큰 수와 가장 작은 수는 차례로 B, A이다.

15. $\log_{x-3}(-x^2+6x-8)$ 의 값이 존재하기 위한 실수 x 의 범위는?

① $-1 < x < 3$　② $0 > x$　③ $2 < x < 5$
④ $3 < x < 4$　⑤ $5 < x < 7$

해설

밑의 조건에서 $x-3>0, x-3 \neq 1$
따라서 $x > 3, x \neq 4 \cdots$ ㉠
진수의 조건에서 $-x^2+6x-8>0$
$x^2-6x+8<0$
$(x-2)(x-4)<0$
따라서 $2 < x < 4 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 의 공통범위를 구하면 $3 < x < 4$

16. $\log_{10}(1+1)+\log_{10}\left(1+\frac{1}{2}\right)+\log_{10}\left(1+\frac{1}{3}\right)+\cdots+\log_{10}\left(1+\frac{1}{99}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(준식) $=\log_{10}2+\log_{10}\frac{3}{2}+\log_{10}\frac{4}{3}+\cdots+\log_{10}\frac{100}{99}$

$=\log_{10}\left(2\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{100}{99}\right)$

$=\log_{10}100=\log_{10}10^2=2\log_{10}10=2$

17. $\log \dfrac{x}{4.71} = 1.9812$를 만족하는 양수 x의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구하여라.

수	0	1	1	3	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	$\cdots$
4.6	.6628	.6737	.6647	.6656	$\cdots$
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

▶ 답 :

▷ 정답 : 451

해설

$\log x$의 가수를 구하고, 가수가 같은 로그의 진수를 상용로그표에서 찾는다.

$\log \dfrac{x}{4.71} = \log x - \log 4.71 = \log x - 0.6730 = 1.9812$이므로

$\log x = 2.6542 = 2 + 0.6542$

로그표에서 $\log 4.51 = 0.6542$이므로 $x = 451$

18. $\log 0.008$ 의 정수 부분을 x, 소수 부분을 y 라 할 때, $x+10^y$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$\log 0.008 = \log 8 - \log 1000$
$= \log 8 - 3 = -3 + \log 8$
따라서 $x = -3$ 이고, $y = \log 8$ 이므로
$x + 10^y = -3 + 10^{\log 8} = -3 + 8 = 5$

19. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$ 을 이용하여 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2.44

해설

$\log_{10} 275 = \log_{10}^{25\times11} = 2\log_{10}^{5} + \log_{10}^{11}$
$= 2(1 - \log_{10}^{2}) + \log_{10}^{11}$
$= 2(1 - 0.301) + 1.041$
$= 2.439$
소수 셋째 자리에서 반올림하면 2.44

20. 다음 세 조건을 동시에 만족하는 두 자연수 x, y에 대하여 xy는?

㉠ x와 y의 상용로그의 정수 부분은 같다.
㉡ x와 $\frac{1}{y}$의 상용로그의 소수 부분은 같다.
㉢ x^3y^2의 상용로그의 정수 부분은 7이다.

① 10 ② 100 ③ 1000 ④ 2500 ⑤ 8000

해설

㉠ $\log x = n + \alpha$, (단, n은 정수, $0 \leq \alpha < 1$)
$\log y = n + \beta (0 \leq \beta < 1)$
㉡ $\log \frac{1}{y} = \log y^{-1} = -\log y$
$= -n - \beta = -n + 1 - 1 - \beta$
$= (-n - 1) + 1 - \beta$
$1 - \beta = \alpha$
$\therefore \ \alpha + \beta = 1$
㉢ $\log x^3y^2 = 3\log x + 2\log y$
$= 3(n + \alpha) + 2(n + \beta)$
$= 5n + 3\alpha + 2\beta$
정수 부분이 7이므로
소수 부분은 $3\alpha + 2\beta - 2, \ n = 1$
$\therefore \log^{xy} = \log x + \log y$
$= n + \alpha + n + \beta$
$= 2n + \alpha + \beta = 2 + 1 = 3$
$\therefore xy = 10^3 = 1000$