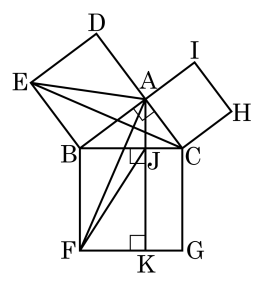
1. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 □ADEB, □ACHI, □BFGC 가 정사각형일 때, 다음 중 그 넓이가 나머지 넷과 <u>다른</u> 하나는?

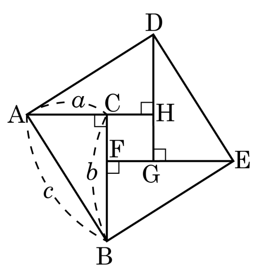


① △EBC　② △ABF　③ △EBA
④ △BCI　⑤ △JBF

해설

△EBA = △EBC = △ABF = △JBF

2. 다음 그림과 같이 합동인 4개의 직각삼각형을 맞추어 정사각형 ABED를 만들면 □CFGH의 넓이는 □ABED의 넓이의 $\frac{1}{13}$ 배가 된다. $b = 6\,\mathrm{cm}$일 때, $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이는?

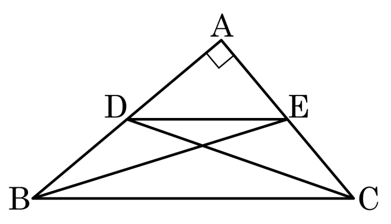


① 2 cm　② 3 cm　③ 4 cm
④ 5 cm　⑤ 6 cm

해설

$\overline{\mathrm{CH}}$의 길이를 x라고 하면, $a = 6 - x$이다.
$c^2 = a^2 + b^2 = (6-x)^2 + 6^2 = x^2 - 12x + 72$
$c = \sqrt{x^2 - 12x + 72}$
□ABED $= x^2 - 12x + 72$, □CFGH $= x^2$
$13x^2 = x^2 - 12x + 72$, $12x^2 + 12x - 72 = 0$, $(3x+9)(4x-8) = 0$,
$x = 2$
$\therefore\ \overline{\mathrm{CH}} = 2\,\mathrm{cm}$

3. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DC} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 를 구하여라.



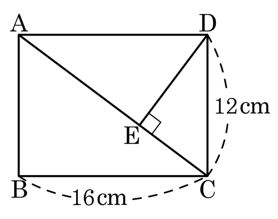
▶ 답：

▷ 정답： 24

해설

$7^2 - 5^2 = \overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 이므로 $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 49 - 25 = 24$

4. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{64}{5}$ cm

해설

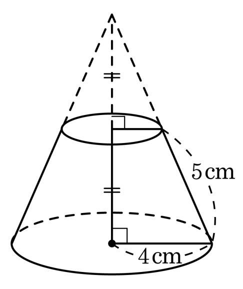
$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$

$16 \times 12 \times \frac{1}{2} = 20 \times \overline{\mathrm{DE}} \times \frac{1}{2}$

$\overline{\mathrm{DE}} = \frac{48}{5}(\mathrm{cm})$

$\therefore \ \overline{\mathrm{AE}} = \sqrt{16^2 - \left(\frac{48}{5}\right)^2} = \frac{64}{5}(\mathrm{cm})$

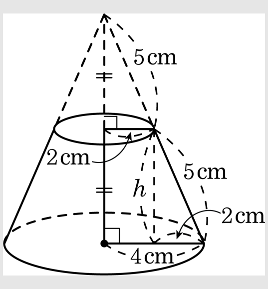
5. 다음 그림의 원뿔대는 밑면의 반지름이 4 cm인 원뿔을 높이가 $\frac{1}{2}$ 인 점을 지나도록 자른 것이다. 원뿔대의 높이를 구하여라.



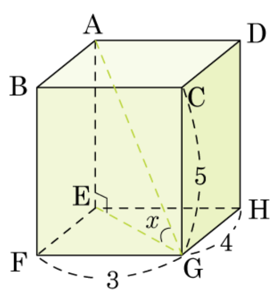
① 4 cm
② $\sqrt{17}$ cm
③ $2\sqrt{5}$ cm
④ $\sqrt{21}$ cm
⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

$\therefore h = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}(\text{cm})$



6. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\angle\mathrm{AGE}$ 의 크기를 x 라 할 때, $\sin x + \cos x$ 의 값이 $\sqrt{a}$ 이다. a 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{\mathrm{EG}} = 5$, $\overline{\mathrm{AG}} = 5\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{AE}} = 5$ 이므로

$\sin x + \cos x = \dfrac{5}{5\sqrt{2}} + \dfrac{5}{5\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 보기 중 삼각비의 값의 대소 관계로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\tan 46° < \tan 45°$ ㉡ $\cos 0° > \tan 50°$

㉢ $\sin 45° = \cos 45°$ ㉣ $\cos 47° < \cos 77°$

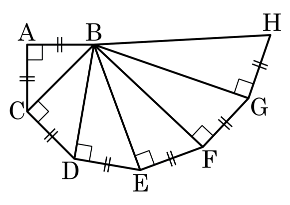
㉤ $\sin 75° > \sin 15°$

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉤ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $0° \leq x \leq 90°$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 $\sin x, \tan x$ 의 값은 각각 증가한다.
㉠ $\tan 46° > \tan 45°$
㉡ $\cos 0° = 1, \tan 50° > 1$
$\therefore \cos 0° < \tan 50°$
㉣ $0° \leq x \leq 90°$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 $\cos x$ 의 값은 감소한다.
$\therefore \cos 47° > \cos 77°$

8. 다음 그림에서 $\triangle$BGH 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{\mathrm{GH}}=a$ 라고 하면

$\overline{\mathrm{BG}}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$ 일 때,

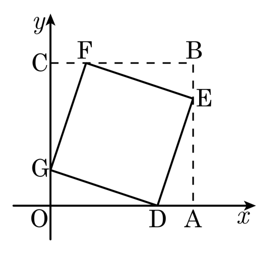
$\triangle$BGH 의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$ 이다.

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle$ABC 의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = 3\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\mathrm{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\mathrm{G} = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$

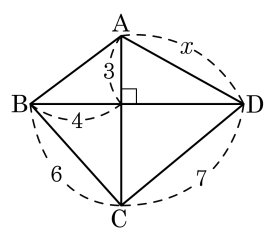
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\mathrm{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\mathrm{F}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

10. 다음 그림에서 두 대각선이 서로 직교할 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하면?



① $\sqrt{23}$　② $3\sqrt{3}$　③ $\sqrt{31}$

④ $\sqrt{38}$　⑤ $3\sqrt{5}$

해설

피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB} = 5$

$5^2 + 7^2 = x^2 + 6^2$

$25 + 49 = x^2 + 36$

$\therefore x = \sqrt{38}$

11. 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$

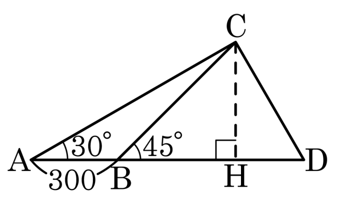
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에

$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 300$, $\angle\mathrm{A} = 30°$, $\angle\mathrm{CBH} = 45°$ 일 때, $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 길이는?

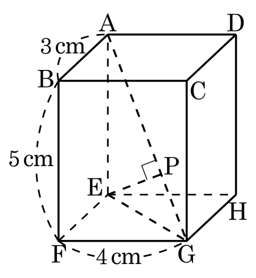


① $300(1+\sqrt{2})$ ② $300(1-\sqrt{2})$ ③ $150(\sqrt{3}+1)$
④ $150(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $150(\sqrt{2}+1)$

해설

$\overline{\mathrm{CH}} = x$ 라 하면, $\overline{\mathrm{BH}} = x$
$\triangle\mathrm{ACH}$ 에서, $\overline{\mathrm{CH}} : \overline{\mathrm{AH}} = 1 : \sqrt{3}$
$x : (300+x) = 1 : \sqrt{3}$
$300 + x = \sqrt{3}x$
$(\sqrt{3}-1)x = 300$
$x = 150(\sqrt{3}+1)$

13. 다음 그림과 같은 직육면체에서 꼭짓점 E 에서 대각선 AG 에 내린 수선의 발을 P 라 할 때, $\overline{EP}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$ cm　② $2\sqrt{2}$ cm　③ $3\sqrt{2}$ cm　④ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ cm　⑤ $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ cm

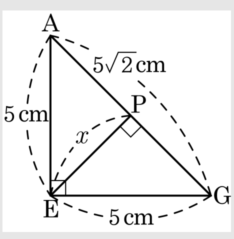
해설

$\overline{AG} = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = 5\sqrt{2}$ (cm)

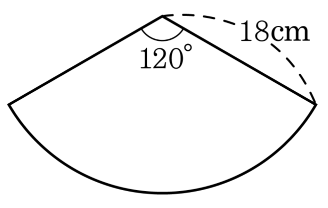
$\overline{AE} \times \overline{EG} = \overline{AG} \times \overline{EP}$ 이므로

$5 \times 5 = 5\sqrt{2} \times x$

$x = \dfrac{25}{5\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ (cm) 이다.



14. 다음 그림은 어떤 원뿔의 옆면의 전개도이다. 이 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $144\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

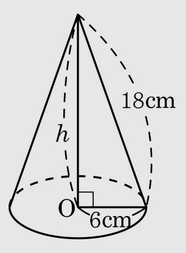
해설

부채꼴의 호의 길이 : $18 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{3} = 12\pi(\text{cm})$

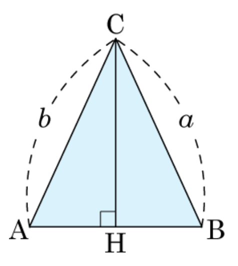
밑면의 반지름을 r 라고 하면 $2\pi r = 12\pi$ $\therefore$ $r = 6(\text{cm})$

원뿔의 높이 $h = \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times 6^2 \times \pi \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.



15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\dfrac{\sin A}{\sin B}$ 의 값은?



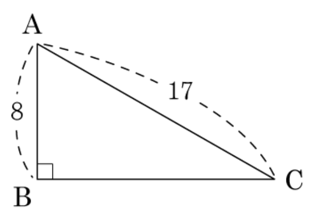
① a^2b^2 ② $a+b$ ③ ab
④ $\dfrac{b}{a}$ ⑤ $\dfrac{a}{b}$

해설

$\sin A = \dfrac{\overline{CH}}{b}$, $\sin B = \dfrac{\overline{CH}}{a}$

따라서 $\dfrac{\sin A}{\sin B} = \dfrac{a}{b}$ 이다.

16. 다음과 같은 직각삼각형에서 $\tan C \sin C$ 의 값으로 바르게 구한 것은?



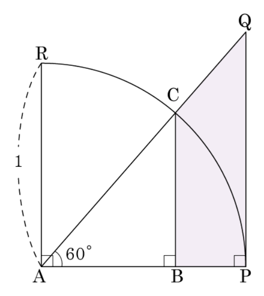
① $\frac{63}{255}$ ② $\frac{64}{255}$ ③ $\frac{66}{255}$
④ $\frac{67}{255}$ ⑤ $\frac{68}{255}$

해설

$\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$

$\tan C \sin C = \frac{8}{15} \times \frac{8}{17} = \frac{64}{255}$

17. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 90° 이다. 빗금친 부분의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AB} = \cos 60° = \frac{1}{2}$,

$\overline{BC} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$APQ 에서 $\overline{AP} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AQ} = \frac{1}{\cos 60°} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

, $\overline{PQ} = \tan 60° = \sqrt{3}$

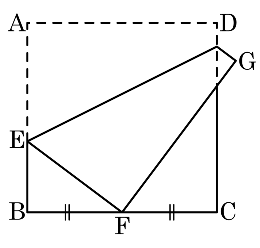
(빗금친 부분의 넓이)= $\triangle$APQ 의 넓이-$\triangle$ABC 의 넓이

$\triangle$APQ 의 넓이= $\frac{1}{2} \times (1 \times \sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$ABC 의 넓이= $\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{8}$

$\therefore$ (빗금친 부분의 넓이)= $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

18. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접을 때, $\triangle$EBF 의 넓이를 구하여라. (단, 점 F 는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{75}{8}$

해설

$\overline{\mathrm{EB}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{EF}} = 10 - x$ 이다.

$\triangle$EBF 에서

$(10 - x)^2 = x^2 + 5^2$

$100 - 20x + x^2 = x^2 + 25$

$20x = 75$

$\therefore\ x = \frac{15}{4}$

$\therefore\ \triangle \mathrm{EBF} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$

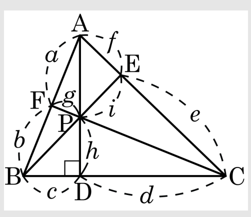
19. 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, B, C 에서 마주보는 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{\mathrm{AE}}^2+\overline{\mathrm{BF}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2=100$ 이다. 이때 $\overline{\mathrm{AF}}^2+\overline{\mathrm{BD}}^2+\overline{\mathrm{CE}}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 100

해설

다음 그림과 같이 세 수선의 교점을 P 라 하면



$\triangle$PAF 와 $\triangle$PAE 에서 $a^2+g^2=f^2+i^2\cdots$①

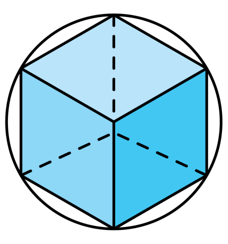
$\triangle$PBF 와 $\triangle$PBD 에서 $b^2+g^2=c^2+h^2\cdots$②

$\triangle$PDC 와 $\triangle$PCE 에서 $d^2+h^2=e^2+i^2\cdots$③

①, ②, ③을 변끼리 더하면 $a^2+c^2+e^2=b^2+d^2+f^2$

따라서 $\overline{\mathrm{AF}}^2+\overline{\mathrm{BD}}^2+\overline{\mathrm{CE}}^2=\overline{\mathrm{BF}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2+\overline{\mathrm{AE}}^2=100$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

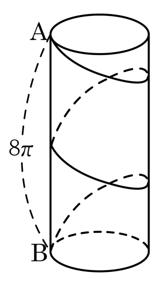
▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육면체에 외접하는 구의 중심은 정육면체의 두 대각선의 교점이므로 구의 반지름은 대각선의 길이의 반이다.

$$
\begin{aligned}
(\text{반지름}) &= \frac{1}{2} \times (\text{대각선의 길이}) \\
&= \frac{1}{2} \times \sqrt{8^2 + 8^2 + 8^2} \\
&= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \\
&= 4\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

21. 다음 그림과 같이 높이가 8π 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10π 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.

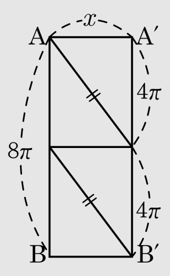


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면



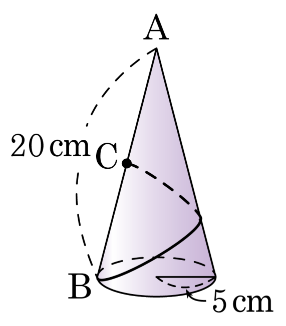
$10\pi = 2\overline{\mathrm{AP}}$

$\overline{\mathrm{AP}} = 5\pi$ 이므로 $\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{x^2 + 16\pi} = 5\pi$

$\therefore\ x = 3\pi\ (\because\ x > 0),\ 2\pi r = 3\pi$

$\therefore\ r = \frac{3}{2}$

22. 다음 그림처럼 밑면의 반지름의 길이가 5cm 이고 모선의 길이가 20cm 인 원뿔이 있다. 모선 AB 의 중점 C 에서 원뿔을 한 바퀴 돌아 점 B 까지 가는 최단 거리를 구하여라.



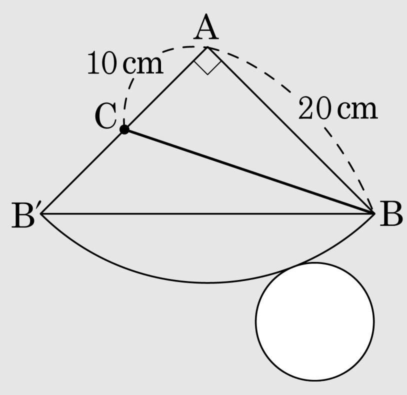
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $10\sqrt{5}$ cm

해설

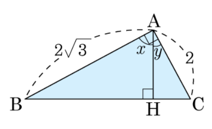
전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$\frac{5}{20} \times 360° = 90°$,



$\overline{BC} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5}(\text{cm})$

23. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\cos x + \cos y$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$
④ $\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$\triangle AHC \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)

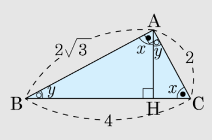
$\angle B = \angle y,\ \angle C = \angle x$

$\overline{BC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$

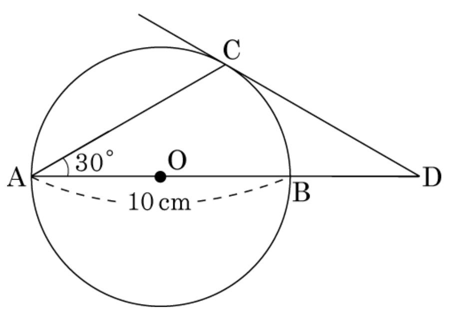
$\angle x = \angle C,\quad \cos x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{2}{4}$

$\angle y = \angle B,\quad \cos y = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \cos x + \cos y = \dfrac{2}{4} + \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$



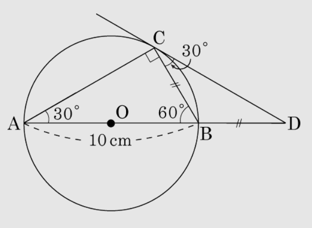
24. 다음 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 원 O 위의 한 점 C 에서의 접선과 지름 AB 의 연장선과의 교점을 D 라 한다. $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$, $\angle BAC = 30^{\circ}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



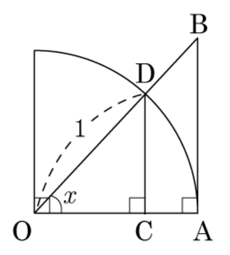
① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm
④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

점 B 와 C 를 이으면 $\angle BCD = \angle BAC = 30^{\circ}$
$\angle ACB = 90^{\circ}$ 이므로 $\angle ABC = 60^{\circ}$
$\triangle CBD$ 에서
$\angle BDC = \angle ABC - \angle BCD = 60^{\circ} - 30^{\circ} = 30^{\circ}$
$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} = 10\sin 30^{\circ} = 10 \times \dfrac{1}{2} = 5(\,\mathrm{cm})$



25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\overline{\mathrm{CD}} = 0.8$ 일 때, □ABDC 의 둘레의 길이에 300 을 곱한 값을 구하여라.



각도	사인	코사인	탄젠트
53°	0.80	0.60	1.33
54°	0.81	0.59	1.38
55°	0.82	0.57	1.43

▶ 답 :

▷ 정답 : 959

해설

$\sin x = \dfrac{\overline{\mathrm{CD}}}{1}$ 이므로 $x = 53°$

$\tan 53° = \dfrac{\overline{\mathrm{BA}}}{1} = 1.33$, $\cos 53° = \dfrac{\overline{\mathrm{OC}}}{1} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OB}}} = 0.6$ 이므로

$\overline{\mathrm{AB}} = 1.33$, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{OB}} - \overline{\mathrm{OD}} = \dfrac{2}{3}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 0.8$, $\overline{\mathrm{CA}} = \overline{\mathrm{OA}} - \overline{\mathrm{OC}} = 0.4$

따라서 $300 \times$ (□ABDC 의 둘레의 길이)$= 399 + 200 + 240 + 120 = 959$