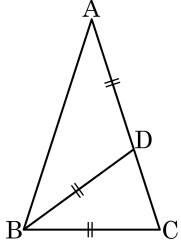


1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때,
 $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

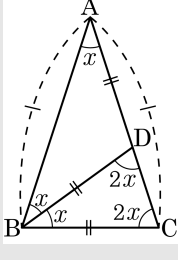
▷ 정답 : 36°

해설

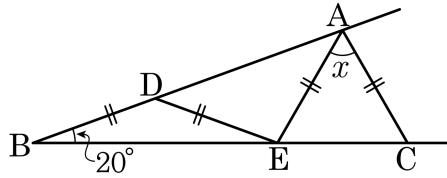
$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$ 라고 하면

$$2\angle x + \angle x + \angle x + \angle x = 180^\circ, 5\angle x = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 36^\circ$$



2. 다음 그림에서 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EA} = \overline{AC}$ 이고 $\angle B = 20^\circ$ 일 때, $\angle EAC$ 의 크기를 구하여라.



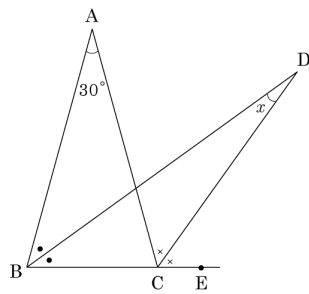
▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 60°

해설

$$\begin{aligned} \overline{DB} &= \overline{DE} \text{이므로 } \angle B = \angle DEB = 20^\circ \\ \text{따라서 } \angle ADE &= \angle B + \angle DEB = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ \\ \overline{DE} &= \overline{AE} \text{이므로 } \angle ADE = \angle DAE = 40^\circ \\ \text{따라서 } \angle AEC &= \angle B + \angle BAE = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ \\ \overline{AE} &= \overline{AC} \text{이므로 } \angle AEC = \angle ACE = 60^\circ \\ \therefore \angle EAC &= 180^\circ - (\angle AEC + \angle ACE) \\ &= 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선이 만나는 점을 D라 하자. $\angle A = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 15°

해설

$$\angle B = \angle C = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$$

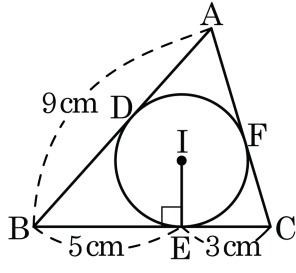
$$\angle DBC = 75^\circ \div 2 = 37.5^\circ$$

$$\angle ACE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

$$\angle ACD = 105^\circ \div 2 = 52.5^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - (37.5^\circ + 75^\circ + 52.5^\circ) = 15^\circ$$

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 점 D, E, F는 접점이다. 내접원의 반지름의 길이가 2cm일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



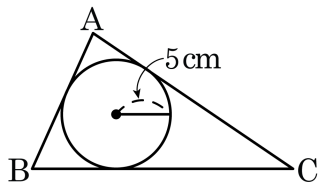
- ① 22cm^2 ② 23cm^2 ③ 24cm^2
 ④ 25cm^2 ⑤ 26cm^2

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{BE} = 9 - 5 = 4(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (9 + 8 + 7) = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이는 5 cm 이다.
 $\triangle ABC = 120\text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 48 cm

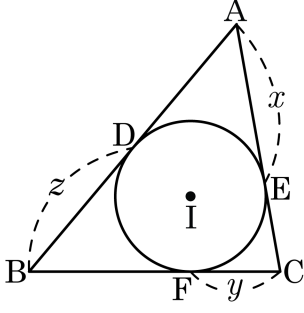
해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 두면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times (a + b + c)$$

$$\therefore a + b + c = 120 \times \frac{2}{5} = 48(\text{cm})$$

7. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D,E,F 는 내접원의 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레가 24cm 이다. $x+y+z$ 의 값은 얼마인지 보기에서 찾아라.



보기

- ㉠ 11cm ㉡ 12cm ㉢ 13cm
 ㉣ 14cm ㉤ 15cm

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

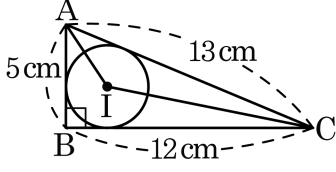
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} = x$, $\overline{BD} = \overline{BF} = z$, $\overline{CE} = \overline{CF} = y$ 이므로 $2x + 2y + 2z = 24$ 이다.

$\therefore x + y + z = 12(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 13 cm²

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

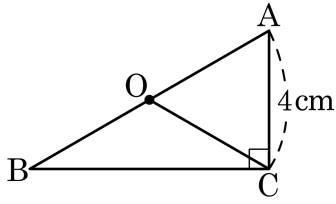
$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?

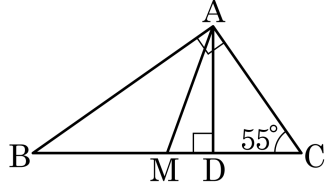


- ① 10° ② 20° ③ 30°
 ④ 40° ⑤ 알 수 없다.

해설

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다.
 따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC = 60^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 30^\circ$

10. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 직각인 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고, BC의 중점을 M이라 하자. $\angle C = 55^\circ$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

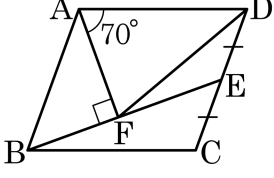


- ① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
 $\angle ABM = 35^\circ$, $\angle DAC = 35^\circ$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
 $\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35^\circ$
 $\angle AMB = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$
 $\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 20^\circ$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110^\circ - 20^\circ = 90^\circ$

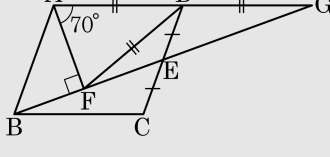
11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70^\circ$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

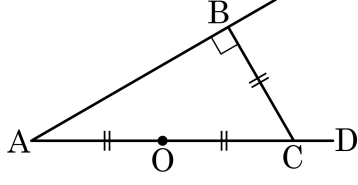
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
 $\triangle BCE \cong \triangle GDE$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,
 $\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는
 빗변 AG 의 중점이다.
 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
 $\therefore \angle DFE = 90^\circ - \angle DFA = 90^\circ - \angle DAF = 20^\circ$

12. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\frac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



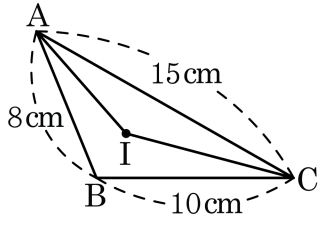
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$ 의 중점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60^\circ$
 $\angle BCD = 180^\circ - \angle BCO = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \cdots \text{㉠}$
 $\angle AOB = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle BAO$ 는 이등변삼각형
 $\angle BAO = \angle ABO = 30^\circ \cdots \text{㉡}$
㉠, ㉡에 의해 $\frac{\angle BCD}{\angle BAO} = \frac{120^\circ}{30^\circ} = 4$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



- ① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
 ④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

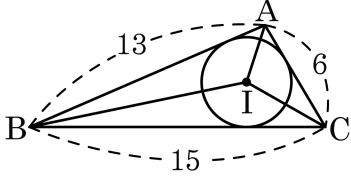
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\triangle AIC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{CA} = 6$ 이다. $\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA$ 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c 는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▶ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$(\triangle AIB \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$$

$$(\triangle BIC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$$

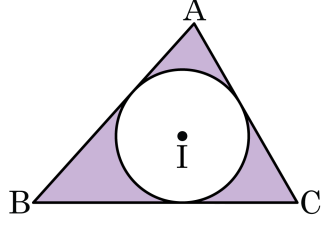
$$(\triangle CIA \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r \text{이다.}$$

$$\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA = \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6 \text{이므로,}$$

$a = 13, b = 15, c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 + 6 = 22$ 이다.

15. 다음 그림에서 원 I는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 20cm 이고, 원 I의 둘레의 길이가 $8\pi\text{cm}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $(40 - 16\pi)$ cm^2

해설

원 I의 둘레가 $8\pi\text{cm}$ 이므로 반지름은 4cm 이다. 그러므로 원의 넓이는 $\pi 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 20 = 40(\text{cm}^2)$ 이므로

색칠한 부분의 넓이는 $(\triangle ABC) - (\text{원 I의 넓이})$ 이다.

$\therefore 40 - 16\pi(\text{cm}^2)$

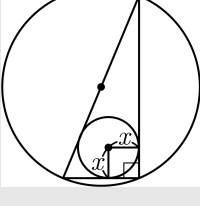
16. 세 변의 길이가 각각 10 cm, 24 cm, 26 cm 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 185π cm²

해설

외접원의 반지름 : $\frac{26}{2} = 13(\text{cm})$
넓이 : $13 \times 13 \times \pi = 169\pi(\text{cm}^2)$
내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면
 $10 - x + 24 - x = 26$
 $34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$
 $\therefore x = 4$



넓이 : $4 \times 4 \times \pi = 16\pi(\text{cm}^2)$
 $\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(\text{cm}^2)$