

1. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

2. $x = 2009, y = 7440$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

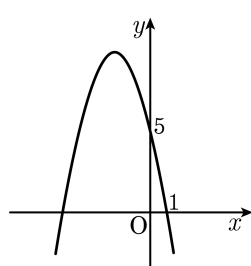
주어진 식을 정리하면

$$\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$$
$$= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$$
$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{xy + y^2i - x^2i + xy} = 0$$

따라서 구하는 값은 0

3. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가
다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 최댓값을
구하면?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9



해설

$y = -x^2 + ax + b$ 가 점 $(1, 0)$, $(0, 5)$ 를
지나므로 $b = 5$,

$$0 = -1 + a + b, a = -4$$

$$y = -x^2 - 4x + 5$$

$$= -(x + 2)^2 + 9$$

$x = -2$ 일 때, 최댓값은 9 이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6 > x \\ x-1 < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 정수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6 > x \\ x-1 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x > -2 \\ x < 4 \end{cases}$$

따라서 $-2 < x < 4$ 이므로 연립방정식을 만족하는 정수는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 으로 5 개 이다.

5. x 의 범위가 $-1, 0, 1, 2$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 없는 것은?

- ① $2x < -4$ ② $x + 3 < 4$ ③ $3x - 2 \leq 1$
④ $-x + 6 \geq 7$ ⑤ $2x - 3 \geq -1$

해설

- ① $x < -2$
② $x < 1$
③ $x \leq 1$
④ $x \leq -1$
⑤ $x \geq 1$

6. 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 을 x 축의 방향으로 2 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행 이동한 원의 방정식을 구하여라.

- ① $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = r^2$
- ② $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = r^2$
- ③ $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$
- ④ $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = r^2$
- ⑤ $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2$

해설

원 $x^2 + y^2 = r^2 \dots$ ①
위의 임의의 점 P(x , y)를 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 점을 P(x' , y')이라 하면
$$\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' - 3 \end{cases} \dots$$
 ②
②를 ①에 대입하면 $(x' - 2)^2 + (y' - 3)^2 = r^2$
점 P(x' , y')는 평행이동한 원 위의 임의의 점이므로 구하는 방정식은 $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = r^2$ 이다.

7. 다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 가 $x^2 + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $3a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 4x^2 + ax + b \\ &= (x^2 + 2)(x - \alpha) \text{라 놓을 수 있다.} \\ x^3 - \alpha x^2 + 2x - 2\alpha &= x^3 - 4x^2 + ax + b \\ \therefore \alpha &= 4, \quad a = 2, \quad b = -8 \\ \therefore 3a + b &= -2 \end{aligned}$$

8. $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 일 때, $f\left(\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2\right) + f\left(\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & f\left(\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2\right) + f\left(\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2\right) \\ &= f(i^2) + f((-i)^2) \\ &= f(-1) + f(-1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

9. 이차부등식 $x^2 - 2(k+2)x + 16 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 실수 k 의 값을 정하면?

① $-4 < k < 2$

② $-6 \leq k \leq 2$

③ $-8 < k < 4$

④ $-6 < k < 2$

⑤ $-4 \leq k \leq 2$

해설

항상 0보다 크려면 판별식이 0보다 작아야 한다

$$D' = (k+2)^2 - 16 < 0 \text{에서}$$

$$k^2 + 4k - 12 < 0$$

$$(k-2)(k+6) < 0$$

$$\therefore -6 < k < 2$$

10. 중심이 $y = 2x$ 위에 있고, 두 점 $(2, 2)$, $(1, 1)$ 을 지나는 원의 방정식은?

- ① $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ ② $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$
③ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$ ④ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$
⑤ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$

해설

중심이 $y = 2x$ 위에 있다고 했으므로
두 점 $(2, 2)$, $(1, 1)$ 을 지나는
원의 중심은 $(a, 2a)$ 로 나타낼 수 있다.
 $(a, 2a)$ 를 중심으로 하는 원을 식으로 표현하면
 $(x-a)^2 + (y-2a)^2 = r^2$ 이다.
따라서 두 점 $(2, 2)$, $(1, 1)$ 은
 $(x-a)^2 + (y-2a)^2 = r^2$ 를 지나므로 대입했을 때 등식이 성립
한다.
두 식을 연립하면, 두 점 $(2, 2)$, $(1, 1)$ 을 지나는 원의 방정식이
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 임을 알 수 있다.

11. 중심이 C(1, 2)이고, 직선 L : $x + 2y = 0$ 에 접하는 원의 반지름을 r 이라 할 때 r^2 은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

중심에서 접선까지의 거리가 원의 반지름과 같으므로

$$\text{반지름은 } \frac{|1 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

∴ 구하는 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore r^2 = 5$$

12. 점 $(a-4, a-2)$ 를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 다음, $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점과 원점 사이의 거리가 2일 때, 처음 점의 좌표를 (p, q) 라 한다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(a-4, a-2) \rightarrow (a, a-2)$
(x 축으로 4만큼 평행이동)
 $(a, a-2) \rightarrow (a-2, a)$
($y = x$ 에 대칭이동)
($a-2, a$) 와 원점 사이의 거리는
 $\sqrt{(a-2)^2 + a^2} = 2$
 $2a^2 - 4a + 4 = 4,$
 $\therefore a = 2 \quad (\because a \neq 0)$
처음 점의 좌표 $(a-4, a-2)$ 에 $a = 2$ 를 대입하면
구하는 점의 좌표 $(p, q) = (-2, 0)$
 $\therefore p^2 + q^2 = 4$

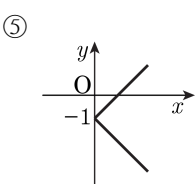
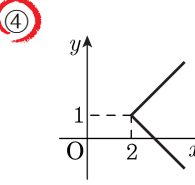
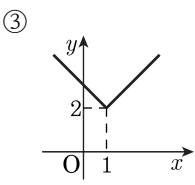
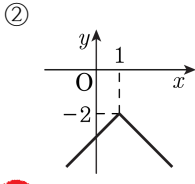
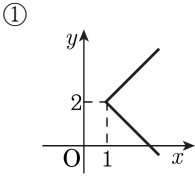
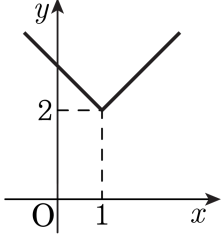
13. 원 $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 1$ 를 직선 $y = mx + n$ 에 대하여 대칭이동하면 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 이 된다. 이때, $m + n + r$ 의 값을 구하면? (단, $r > 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

직선에 대한 대칭이동은 중점 조건과 수직 조건을 이용한다.
두 원 $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 1$, $x^2 + y^2 = r^2$ 의 중심이 각각 $(-2, 4)$, $(0, 0)$ 이므로 두 점을 이은 선분의 중점 $(-1, 2)$ 가
직선 $y = mx + n$ 위의 점인 조건에서
 $2 = -m + n \cdots \cdots \text{㉠}$
또, 두 점 $(-2, 4)$, $(0, 0)$ 을 지나는 직선과 직선 $y = mx + n$ 이 수직인 조건에서
 $\frac{-4}{2} \times m = -1$
 $\therefore m = \frac{1}{2}$
 $m = \frac{1}{2}$ 을 ㉠에 대입하면 $n = \frac{5}{2}$
 $\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
원을 대칭이동할 때 원의 중심은 이동하지만
원의 반지름의 길이는 변하지 않으므로 $r = 1$
따라서 $m + n + r = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} + 1 = 4$

14. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 아래 그림과 같을 때, 다음 중 방정식 $f(y, x) = 0$ 이 나타내는 도형은?



해설

도형 $f(x, y) = 0$ 을 $y = x$ 에 대해 대칭이동하면 $f(y, x) = 0$ 이 된다.
따라서 (1, 2) 는 (2, 1) 로 이동되며,
도형 전부를 대칭이동하면 4 번의 그림이 된다.

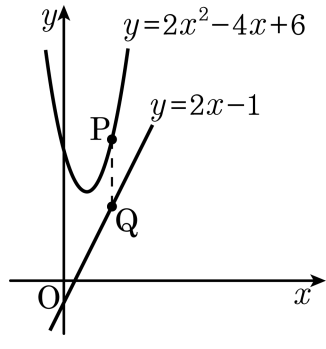
15. $y = kx^2 + (1 - 2k)x + k - 1$ 의 그래프는 k 에 관계없이 항상 한 정점 A를 지난다. B의 좌표를 B($b, 1$)라 할 때, AB의 길이가 $\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 b 의 값들의 합을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ -2 ④ -3 ⑤ -1

해설

(i) 준식을 k 에 관하여 정리하면
 $(x^2 - 2x + 1)k + (x - y - 1) = 0$
이 식이 k 의 값에 관계없이 성립할 조건은
 $x^2 - 2x + 1 = 0, x - y - 1 = 0$
 $\therefore x = 1, y = 0$
 $\therefore A(1, 0)$
(ii) A(1, 0), B($b, 1$)에서
 $\overline{AB} = \sqrt{2}$ 이므로
 $\overline{AB} = \sqrt{(b - 1)^2 + (1 - 0)^2} = \sqrt{2}$
 $b^2 - 2b = 0, b(b - 2) = 0 \therefore b = 0, 2$
 $\therefore b$ 의 값들의 합은 2

16. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t, 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, 2t - 1)$ 이다.

$$\overline{PQ} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

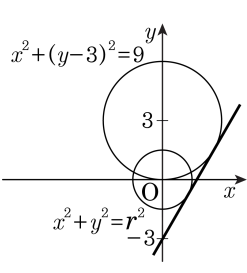
17. 다음 그림과 같이 두 원 $x^2 + y^2 = r^2$, $x^2 + (y-3)^2 = 9$ 의 공통 외접선 l 의 y 절편이 -3 이다. 직선 l 의 기울기를 m 이라고 하면 $\frac{m^2}{r}$ 의 값은?(단, $0 < r < 3$)

- ① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\sqrt{\frac{3}{2}}$
- ④ $\frac{3}{2}$

⑤ 2



해설

y 절편이 -3 인 직선의 방정식을 $y = mx - 3$ 이라 하면

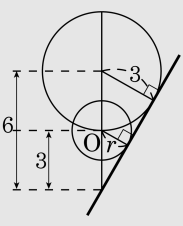
$x^2 + (y - 3)^2 = 9$ 와 l 이 접하므로,

$$\frac{|-3-3|}{\sqrt{m^2+1^2}}=3, \quad m^2=3$$

그리고 원만 따로 떼어내어 생각해 보면,
그림과 같이 두 직각삼각형은 닮음으로 닮음
비가 2 : 1 이다.

$$6 : 3 = 3 : r \quad \therefore r = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{m^2}{r} = 2$$



18. 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = 2x$ 에 대한 대칭점을 Q, 점 Q 를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 점을 R 이라 하면 두 점 R 과 P 가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, $3a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③ $\frac{7}{2}$
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$Q = (X, Y)$ 라 할 때, $\overline{PQ}$ 는 $y = 2x$ 에 수직하고,
P, Q 의 중점은 $y = 2x$ 위에 존재한다.

$\Rightarrow \frac{Y-b}{X-a} \times 2 = -1, \quad \frac{Y+b}{2} = 2 \times \frac{X+a}{2}$

두 식을 연립하면, $X = \frac{4b-3a}{5}, \quad Y = \frac{4a+3b}{5}$

이제 Q 를 x 축으로 1 평행이동 시키면,

$R = \left(\frac{4b-3a+5}{5}, \frac{4a+3b}{5} \right)$

R 과 P 가 $y = x$ 대칭이므로,

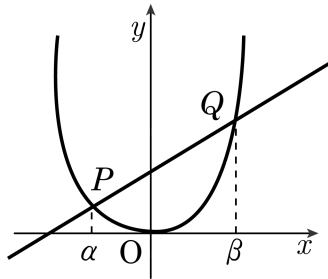
$\frac{4b-3a+5}{5} = b, \quad \frac{4a+3b}{5} = a$

정리하면 $3a + b = 5, \quad a = 3b$

두 식을 연립하면, $a = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{1}{2}$

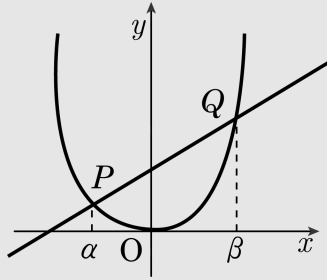
$\therefore 3a + b = 5$

19. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = m(x + 3)$ 이 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만나고 원점을 연결한 선분 OP 와 OQ 가 수직이 될 때, m 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설



교점 P, Q 의 좌표는

$x^2 = m(x + 3)$, $x^2 - mx - 3m = 0$ 의 두 근이므로

두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = m, \alpha\beta = -3m$

$\overline{OP}$ 의 기울기 : $\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha$, $\overline{OQ}$ 의 기울기 : $\frac{\beta^2}{\beta} = \beta$

두 직선이 수직이므로 $\alpha\beta = -1, -3m = -1$

$\therefore m = \frac{1}{3}$

20. 부등식 $|x - 3| + |x - 6| \leq 9$ 를 만족하는 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

1) $x < 3$ 일 때
 $-(x - 3) - (x - 6) \leq 9, x \geq 0 \quad \therefore 0 \leq x < 3$
2) $3 \leq x < 6$ 일 때
 $x - 3 - (x - 6) \leq 9, 3 \leq 9$ 따라서 모든 조건이 성립하고 조건이
 $3 \leq x < 6$ 이므로
 $\therefore 3 \leq x < 6$
3) $x \geq 6$ 일 때
 $x - 3 + x - 6 \leq 9, x \leq 9 \quad \therefore 6 \leq x \leq 9$
1), 2), 3)에 의해서 주어진 부등식의 해는 $0 \leq x \leq 9$ 이므로
최댓값과 최솟값의 차는
 $\therefore 9 - 0 = 9$