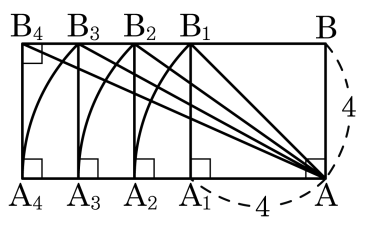
1. 한 변의 길이가 4cm 인 정사각형 □AA_1B_1B 가 있다. 점 A 를 중심으로 하여 $\overline{AB_1}$, $\overline{AB_2}$, $\overline{AB_3}$ 을 반지름으로 하는 호를 그릴 때, $\overline{AA_4}$ 의 길이는?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

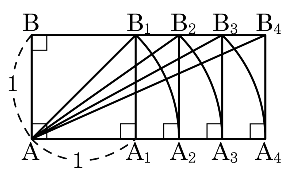
해설

$\overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 4\sqrt{2}$

$\overline{AA_3} = \overline{AB_2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\overline{AA_4} = \overline{AB_3} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB_1} = \overline{AA_2}$, $\overline{AB_2} = \overline{AA_3}$, $\overline{AB_3} = \overline{AA_4}$ 일 때, $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}}$ 의 값을 구하면?



① 1　　② 2　　③ 3

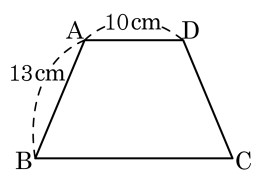
④ 4　　⑤ $\sqrt{5}$

해설

$\overline{AB_4} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

따라서 $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 13\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 인 등변사다리꼴의 넓이를 구하면?

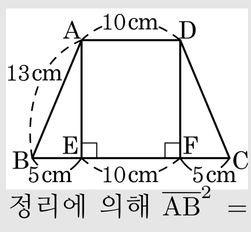


① $120\,\mathrm{cm}^2$　② $130\,\mathrm{cm}^2$

③ $180\,\mathrm{cm}^2$　④ $195\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $200\,\mathrm{cm}^2$

해설



등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A , D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하면 직사각형 AEFD 에서 $\overline{EF} = 10\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{CF} = 5\,\mathrm{cm}$ 이다.

또, 직각삼각형 ABE 에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$, $13^2 = 5^2 + \overline{AE}^2$,

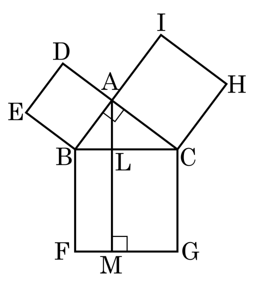
따라서 $\overline{AE}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ 이다.

그런데 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 12\,\mathrm{cm}$ 이다.

이제 등변사다리꼴의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times (10 + 20) \times 12 = 180(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BH} = \overline{AG}$

② $\triangle EBC \equiv \triangle ABF$

③ $\triangle ACH = \triangle LMC$

④ $\triangle ADB = \frac{1}{2}\square BFML$

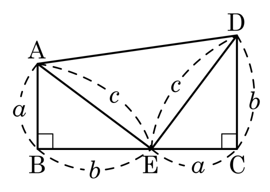
⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2}\square ACHI$

해설

⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC}$

$\square ACHI = \overline{AC}^2$ 이므로 $\triangle ABC \neq \frac{1}{2}\square ACHI$ 이다.

5. 다음은 사다리꼴 ABCD 를 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 골라 기호로 써라.



사다리꼴의 넓이를 S 라고 할 때,

㉠ 사다리꼴 넓이 공식을 적용하면 $S = (a+b)^2$ 이고,

㉡ 세 개의 삼각형의 넓이의 합을 이용하면 $S = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$

㉢ 따라서 $\frac{1}{2}(a+b)^2 = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$ 이다.

㉣ 이를 정리하면 $a^2 + b^2 = c^2$

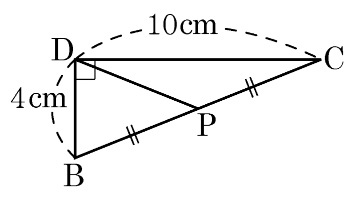
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

사다리꼴 넓이 공식을 적용하면 $S = \frac{1}{2}(a+b)^2$

6. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?

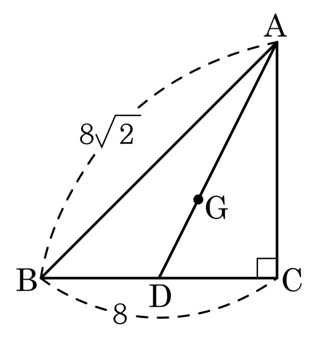


① $\sqrt{29}\,\text{cm}$　② $\sqrt{30}\,\text{cm}$　③ $\sqrt{31}\,\text{cm}$
④ $4\sqrt{2}\,\text{cm}$　⑤ $\sqrt{33}\,\text{cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서
$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$
$\overline{BC} = 2\sqrt{29}\,\text{cm}$
점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$
그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로
$\overline{DP} = \overline{BP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 중선이고, 점 G 는 무게중심일 때,
$\overline{DG}$ 의 길이를 구하여라.

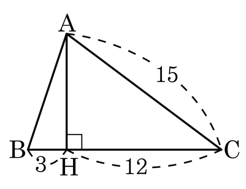


① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AC}^2 = (8\sqrt{2})^2 - 8^2 = 8^2$
$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 8$ 이다.
점 D 는 변 BC 를 이등분하므로 $\overline{CD} = 4$
따라서 삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AD}^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$ 이다.
$\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 4\sqrt{5}$
$\overline{DG}$ 는 $\overline{AD}$ 의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로 $\overline{DG} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$

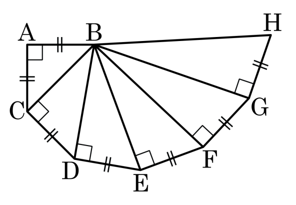
④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

9. 다음 그림에서 $\triangle$BGH 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

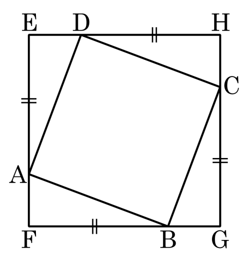
④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{\text{GH}}=a$라고 하면
$\overline{\text{BG}}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$일 때,
$\triangle$BGH의 넓이를 구하면
$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$이다.
$\overline{\text{BC}}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이다.
따라서 $\triangle$ABC의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 □ABCD $= 73\,\mathrm{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BG}}$ 의 길이는?



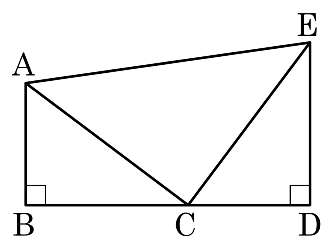
① 3 cm　　② $\frac{7}{2}$ cm　　③ 4 cm

④ 8 cm　　⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

□ABCD $= 73\,\mathrm{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{73}\,\mathrm{cm}$,
$\overline{\mathrm{FG}}\,\mathrm{cm} = 11\,\mathrm{cm}$ 이다.
$\overline{\mathrm{BG}} = x\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FB}} = y\,\mathrm{cm}$ 라고 할 때,
$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$) 이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



① $28 + 10\sqrt{2}$　② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$

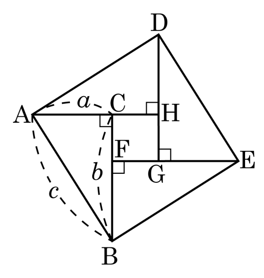
③ $48 + 10\sqrt{2}$　④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$

⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.
$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로
$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$
$\therefore \overline{DE} = 8$
$\overline{AB} = \overline{CD} = 6$, $\overline{BC} = \overline{DE} = 8$
또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ 이고, $\overline{AE} = 10\sqrt{2}$ 이다.
따라서 사다리꼴 둘레의 길이는
$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$

12. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

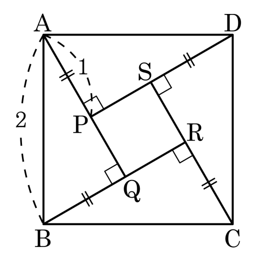
④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

13. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$ 일 때, 다음 설명 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\square PQRS = \frac{1}{4}\square ABCD$

② $\overline{AQ} = \sqrt{3}$

③ $\square PQRS = 4 - 2\sqrt{3}$

④ $\triangle ABQ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\square PQRS$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{3} - 1$ 인 정사각형이다.

해설

① $\square PQRS = \left(\sqrt{3} - 1\right)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

$\square ABCD = 4$

$\therefore\ \square PQRS \neq \frac{1}{4}\square ABCD$

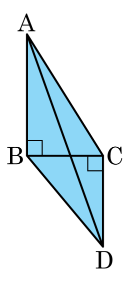
14. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것은?

① $\sqrt{2},\ \sqrt{2},\ \sqrt{5}$ ② $4,\ 5,\ 6$ ③ $2,\ 3,\ \sqrt{10}$
④ $\sqrt{5},\ \sqrt{11},\ 4$ ⑤ $7,\ 8,\ 10$

해설

$\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{11}\right)^2=4^2$

15. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = \angle BCD = 90°$, $\overline{BC} = 5$이고, 삼각형 ABC와 BCD의 넓이가 각각 20, 15일 때, 선분 AD의 길이를 구하여라.

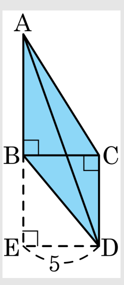


▶ 답 :

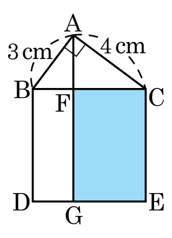
▷ 정답 : $\sqrt{221}$

해설

$\triangle ABC = 20, \triangle BCD = 15$이고,
$\overline{BC} = 5$ 이므로
$\overline{AB} = 8,\ \overline{CD} = 6 \quad \overline{AE} = 8 + 6 = 14$
$\therefore\ \overline{AD} = \sqrt{14^2 + 5^2} = \sqrt{221}$



16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고, $\square BDEC$ 는 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형이다. $\square FGEC$ 의 넓이를 구하여라.

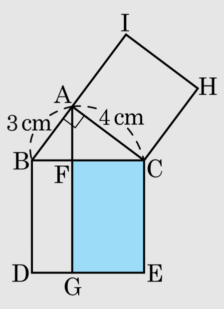


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $16\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형 ACHI를 그리면



$\triangle BCH \equiv \triangle ECA$(SAS 합동), $\triangle ACH = \triangle BCH$

($\because$ 밑변과 높이가 서로 같다.)

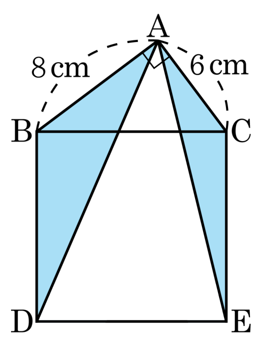
$\triangle FCE = \triangle ECA$($\because$ 밑변과 높이가 서로 같다.)

$\therefore \triangle ACH = \triangle FCE$

따라서 $\square FGEC$는 $\square ACHI$와 넓이가 같으므로

$\square FGEC = \square ACHI = 4 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$

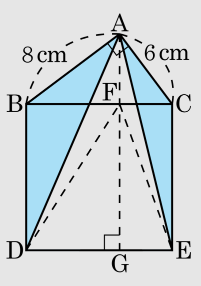
17. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 8\,cm$, $\overline{AC} = 6\,cm$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : 50 $\underline{cm^2}$

해설



$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10\,(cm)$

점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 F ,$\overrightarrow{AF}$ 와$\overline{DE}$ 의 교점을 G 라 하면

$\triangle ABD = \triangle FBD,\ \triangle ACE = \triangle FCE$

$\triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$

$\triangle FBD + \triangle FCE = \dfrac{1}{2}\square BDGF + \dfrac{1}{2}\square FGEC$

$\triangle FBD + \triangle FCE = \dfrac{1}{2}\square BDEC = \dfrac{1}{2} \times 10^2 = 50(cm^2)$