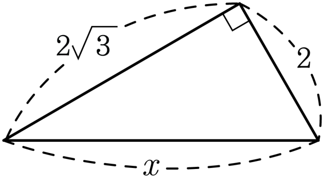
1. 다음 그림의 직각삼각형의 둘레의 길이는?



① $6+2\sqrt{3}$ ② $3+6\sqrt{2}$ ③ $2+3\sqrt{6}$

④ $3+2\sqrt{6}$ ⑤ $2+6\sqrt{3}$

해설

피타고라스 정리에 따라

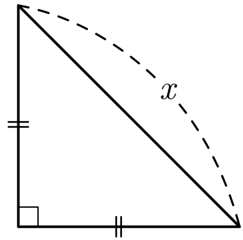
$(2\sqrt{3})^2+2^2=x^2$

$x^2=12+4=16$

$x>0$ 이므로 $x=4$ 이다.

따라서 둘레의 길이는 $4+2+2\sqrt{3}=6+2\sqrt{3}$ 이다.

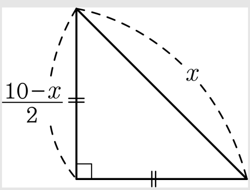
2. 다음 그림과 같은 이등변삼각형의 둘레의 길이가 10 이라고 할 때, x 의 값을 구하면?



① $-9+\sqrt{110}$　② $-10+10\sqrt{2}$　③ $-10+\sqrt{111}$

④ $-11+10\sqrt{2}$　⑤ $-10+\sqrt{111}$

해설



$$x^2=\left(\frac{10-x}{2}\right)^2+\left(\frac{10-x}{2}\right)^2$$

$$x^2=\frac{(10-x)^2}{4}+\frac{(10-x)^2}{4}$$

$4x^2=2(10-x)^2$

$2x^2=100-20x+x^2$

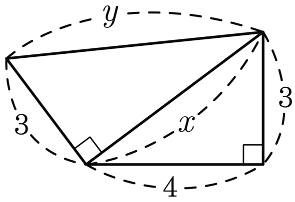
$x^2+20x-100=0$

$x=-10\pm\sqrt{200}$

$x=-10\pm10\sqrt{2}$

$\therefore$ (빗변의 길이) $=-10+10\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

3. 다음 그림에서 x, y 의 값은?



① $x : 5,\ y : \sqrt{34}$ ② $x : 6,\ y : \sqrt{30}$ ③ $x : 5,\ y : 4\sqrt{2}$

④ $x : 6,\ y : \sqrt{34}$ ⑤ $x : 5,\ y : \sqrt{30}$

해설

피타고라스 정리에 따라

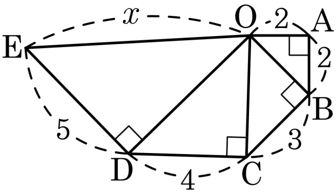
$x^2 = 4^2 + 3^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$

$3^2 + x^2 = 3^2 + 5^2 = y^2$

$y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{34}$ 이다.

4. 다음 그림 x의 값은?



① $\sqrt{57}$ ② $\sqrt{58}$ ③ $\sqrt{59}$ ④ $\sqrt{61}$ ⑤ $\sqrt{65}$

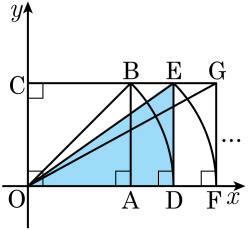
해설

$\overline{BO} = 2\sqrt{2}, \overline{CO} = \sqrt{9+8} = \sqrt{17}$

$\overline{DO} = \sqrt{17+16} = \sqrt{33}$

$\overline{OE} = \sqrt{25+33} = \sqrt{58}$

5. 다음 그림과 같이 □OABC 는 정사각형이고 두 점 D , F 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB}$, $\overline{OE}$ 를 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. △ODE 의 넓이가 $\sqrt{2}$ 일 때, 점 D 의 x 좌표는?

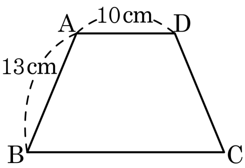


① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 4

해설

$\overline{OA}=x$라고 두면 △ODE 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times x\sqrt{2}\times x=\sqrt{2}, x^2=2, x=\sqrt{2}$이다. 따라서 점 D 의 x좌표는 $x\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$이다.

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 13\,cm$, $\overline{AD} = 10\,cm$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 인 등변사다리꼴의 넓이를 구하면?

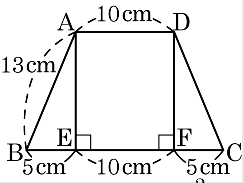


① $120\,cm^2$ ② $130\,cm^2$

③ $180\,cm^2$ ④ $195\,cm^2$

⑤ $200\,cm^2$

해설



등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A , D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하면 직사각형 AEFD 에서 $\overline{EF} = 10\,cm$ 이므로 $\overline{BE} = 5\,cm$, $\overline{CF} = 5\,cm$ 이다.

또, 직각삼각형 ABE 에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$, $13^2 = 5^2 + \overline{AE}^2$,

따라서 $\overline{AE}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ 이다.

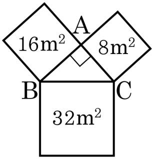
그런데 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 12\,cm$ 이다.

이제 등변사다리꼴의 넓이를 구하면

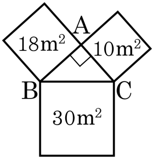
$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times (10 + 20) \times 12 = 180(\,cm^2)$ 이다.

7. 다음 중 삼각형 ABC 가 직각삼각형인 것은 ?

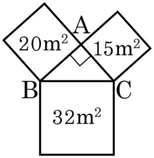
①



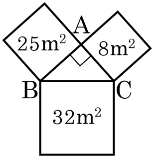
②



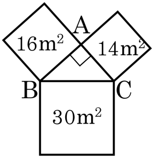
③



④



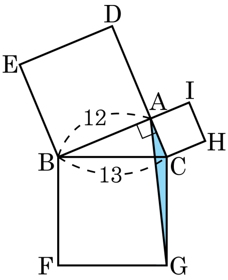
⑤



해설

직각삼각형의 밑변과 높이를 각각 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 같으므로 정답은 ⑤번이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변 AB, BC, CA 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, $\triangle AGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{25}{2}$

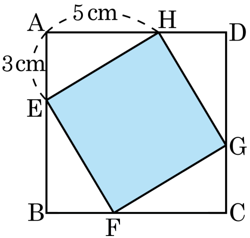
해설

$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이고,

$\triangle AGC \equiv \triangle HBC$ (SAS 합동) 이므로

$$\triangle AGC \equiv \triangle HBC = \triangle HAC = \frac{1}{2}\square ACHI$$
$$= \frac{1}{2} \times 25 = \frac{25}{2}$$

9. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 3\,\text{cm}$, $\overline{AH} = \overline{BE} = \overline{CF} = \overline{DG} = 5\,\text{cm}$ 일 때, □EFGH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $34\,\underline{\text{cm}^2}$

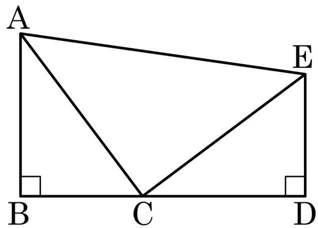
해설

$\overline{EH} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}(\text{cm})$

□EFGH 는 정사각형이므로

$\therefore$ □EFGH $= 34(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\triangle ACE$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형이고, $\triangle ACE = 200$, $\overline{CD} = 12$ 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



① 100 ② $64 + 20\sqrt{3}$ ③ $32 + 10\sqrt{2}$

④ 80 ⑤ $56 + 20\sqrt{2}$

해설

$\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고, $(\overline{AC})^2 = 2 \times 200 = 400$ 이므로
$\overline{AC} = 20\text{cm}$ 이다.
또, $\overline{AE} = \sqrt{400 + 400} = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$
$\overline{CE} = 20$, $\overline{CD} = 12$ 이므로
$\triangle CDE$ 는 피타고라스 정리에 의해
$\overline{DE} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$ 이다.
$\triangle ABE \equiv \triangle ECD$ 이므로
따라서 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는 $16 + 12 + 16 + 12 + 20\sqrt{2} = 56 + 20\sqrt{2}$ 이다.

11. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 직각삼각형이 될 수 있는 것을 2 개 고르면?

① $4\sqrt{3},\ 3\sqrt{7},\ 2\sqrt{5}$

② $3\sqrt{7},\ 2\sqrt{5},\ \sqrt{83}$

③ $4\sqrt{2},\ 5\sqrt{3},\ 2\sqrt{11}$

④ $2\sqrt{6},\ 3\sqrt{2},\ 3\sqrt{7}$

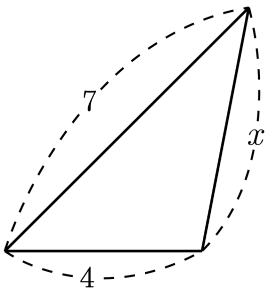
⑤ $3\sqrt{2},\ \sqrt{38},\ 2\sqrt{14}$

해설

② $(3\sqrt{7})^2 + (2\sqrt{5})^2 = (\sqrt{83})^2$

⑤ $(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{38})^2 = (2\sqrt{14})^2$

12. 세 변의 길이가 7 , 4 , x 인 삼각형 ABC 가 있다. $\triangle ABC$ 가 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위를 구하여라. (단, $3 < x < 7$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{33} > x > 3$

해설

$7^2 > x^2 + 4^2$, $33 > x^2$, $\sqrt{33} > x > -\sqrt{33}$, $3 < x < 7$ 이므로
$3 < x < \sqrt{33}$

13. 다음 ㅁ안에 알맞은 말을 써넣어라.

각 변의 길이가 $a^2+4, 4a, a^2-4$ 인 삼각형은 $\boxed{}$삼각형이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 직각

해설

$a^2+4-4a=(a-2)^2$

$a^2-4\neq 0$이므로$a\neq \pm 2$

$(a-2)^2>0$

따라서 가장 긴 변의 길이는 a^2+4 이다.

$(a^2+4)^2=a^4+8a^2+16 \cdots$ ㉠

$(4a)^2+(a^2-4)^2$

$=16a^2+a^4-8a^2+16$

$=a^4+8a^2+16 \cdots$ ㉡

㉠ $=$ ㉡이므로 직각삼각형이다.

14. 세 변의 길이가 각각 $a-5$, $2a-9$, 15 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라. (단, 15는 가장 긴 변이 아니다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

길이는 양수이므로 $a-5>0$, $2a-9>0$

$\therefore\ a>5$

$(2a-9)-(a-5)=a-4>0$ $(\because\ a>5)$

$\therefore\ 2a-9>a-5$

$(2a-9)$ 가 가장 긴 변이므로 $(a-5)+15>2a-9$

$\therefore\ 5<a<19$

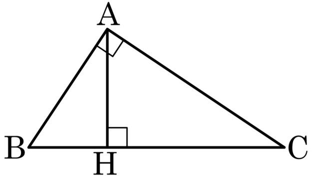
$(2a-9)^2=(a-5)^2+15^2$

$3a^2-26a-169=0$

$(3a+13)(a-13)=0$

$\therefore\ a=13$

15. 다음 그림에서 $\triangle AHC$ 의 둘레의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 $18\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle ABH$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $6\sqrt{5}$ cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC \backsim \triangle HBA$

($\triangle ABC$ 와 $\triangle HAC$ 의 닮음비)$= 18 : 12 = 3 : 2$

$\overline{BC} = 3a$,$\overline{AC} = 2a$ 라 하면

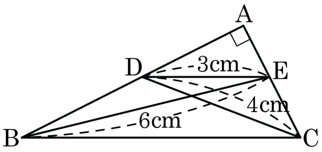
$\overline{AB} = \sqrt{9a^2 - 4a^2} = \sqrt{5}a$

($\triangle ABC$ 와 $\triangle HBA$ 의 닮음비)$= 3 : \sqrt{5}$

$\therefore$ ($\triangle ABH$ 의 둘레의 길이)

$= 18 \times \dfrac{\sqrt{5}}{3} = 6\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

16. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

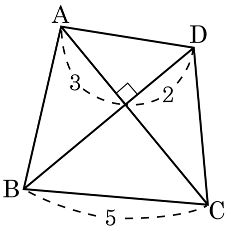
▷ 정답 : $\sqrt{43}$ cm

해설

$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{EB}^2$ 이므로,

$x = \sqrt{6^2 + 4^2 - 3^2} = \sqrt{43}\ (\text{cm})$

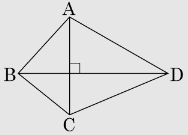
17. 다음 그림과 같이 □ABCD의 두 대각선이 직교할 때, $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$의 값은?



① 34　　② 35　　③ 36

④ 37　　⑤ 38

해설

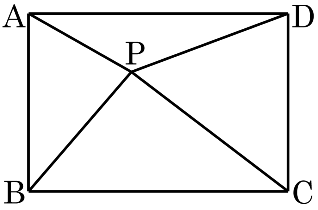


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$

$\overline{AD}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

$\therefore \overline{AB}^2+\overline{CD}^2=(\sqrt{13})^2+5^2=38$

18. 다음 그림과 같이 점 P 가 직사각형 ABCD 의 내부의 점이다.$\overline{\mathrm{AP}}=3$,$\overline{\mathrm{BP}}=4$, $\overline{\mathrm{CP}}=5$ 일 때, $\overline{\mathrm{DP}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

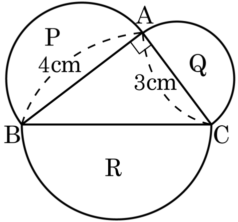
해설

$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{CP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2+\overline{\mathrm{DP}}^2$

$3^2+5^2=4^2+\overline{\mathrm{DP}}^2$, $\overline{\mathrm{DP}}^2=18$

$\therefore \overline{\mathrm{DP}}=3\sqrt{2}$

19. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 이라고 할 때, P + Q + R 을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\dfrac{25}{4}\pi$ cm^2

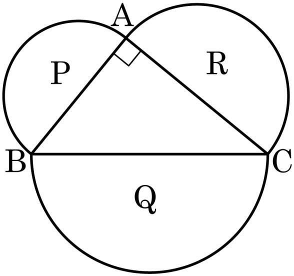
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5(cm)$

$P = \dfrac{1}{2}\pi 2^2 = 2\pi(cm^2)$, $Q = \dfrac{1}{2}\pi\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{9}{8}\pi(cm^2)$, $R = \dfrac{1}{2}\pi\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{25}{8}\pi(cm^2)$

$P + Q + R = \dfrac{25}{4}\pi(cm^2)$

20. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P , Q , R 이라 하자. $\mathrm{P} = 10\pi\mathrm{cm}^2$, $\mathrm{R} = 15\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이를 구하여라.



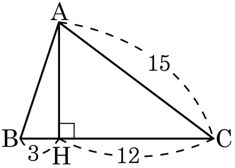
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $10\sqrt{2}$ cm

해설

$\mathrm{Q} = \mathrm{P}+\mathrm{R} = 25\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}\right)^2\cdot\pi = 25\pi$, $\left(\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}\right)^2 = 50$, $\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}} = 5\sqrt{2}$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = 10\sqrt{2}$ cm

21. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$

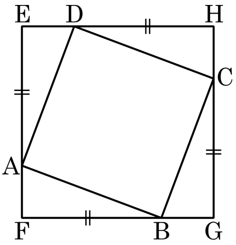
④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

22. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73\,\text{cm}^2$, $\square EFGH = 121\,\text{cm}^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?



① $3\,\text{cm}$ ② $\dfrac{7}{2}\,\text{cm}$ ③ $4\,\text{cm}$

④ $8\,\text{cm}$ ⑤ $\dfrac{15}{2}\,\text{cm}$

해설

$\square ABCD = 73\,\text{cm}^2$, $\square EFGH = 121\,\text{cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73}\,\text{cm}$, $\overline{FG}\,\text{cm} = 11\,\text{cm}$ 이다.

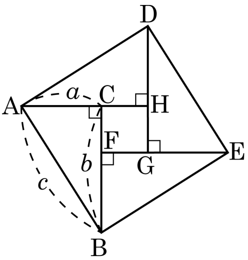
$\overline{BG} = x\,\text{cm}$, $\overline{FB} = y\,\text{cm}$ 라고 할 때,

$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.

$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$

인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$)이다.

23. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

24. 세 변의 길이가 각각 a, $2a-1$, $2a+1$ 인 삼각형 ABC 가 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 결정하면?

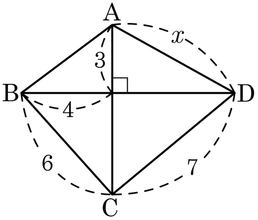
① $2 < a < 4$ ② $0 < a < 4$ ③ $2 < a < 8$

④ $0 < a < 8$ ⑤ $4 < a < 8$

해설

$x^2 > y^2 + z^2$ 이 성립하면 둔각삼각형이다.
a 는 삼각형의 한 변이므로 $a > 0$ 이고, $2a+1$ 이 가장 긴 변이다.
$(2a+1)^2 > a^2 + (2a-1)^2$
$a^2 - 8a < 0$, $a(a-8) < 0$
$a > 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 $a - 8 < 0$ $\therefore$ $a < 8$
또, 삼각형이 되려면 (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변 길이의 합) 이므로 $2a+1 < a + 2a - 1$ $\therefore$ $a > 2$
따라서 $2 < a < 8$

25. 다음 그림에서 두 대각선이 서로 직교할 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하면?



① $\sqrt{23}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{31}$

④ $\sqrt{38}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB} = 5$

$5^2 + 7^2 = x^2 + 6^2$

$25 + 49 = x^2 + 36$

$\therefore x = \sqrt{38}$