

1. 일차함수의 두 직선 $2x + 6y = ax + 4$, $4x - 3y = b - 6$ 의 그래프가 일치할 때, 직선 $y = ax + b$ 의 x 절편을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{2}{5}$

해설

$$\begin{cases} (a-2)x - 6y + 4 = 0 \\ 4x - 3y + (-b+6) = 0 \end{cases}$$

두 그래프가 일치해야 하므로

$$a-2 = 8, a = 10$$

$$2(-b+6) = 4$$

$$-b+6 = 2$$

$$b = 4$$

$y = 10x + 4$ 의 x 절편은 $y = 0$ 을 대입하면 $-4 = 10x$

$$\therefore x = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

2. 일차함수 $y = 2x + \frac{3}{4}$ 과 평행인 그래프가 아닌 것은?

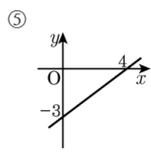
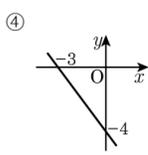
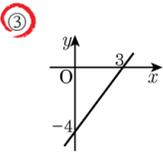
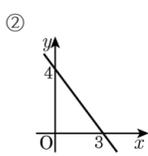
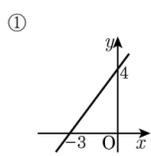
① $y = 2x$ ② $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ ③ $y = 2x + 1$

④ $y = 2x - \frac{3}{4}$ ⑤ $y = 2x + 3$

해설

$y = ax + b$ 의 꼴의 함수와 평행인 그래프는
 $y = ax + c$ ($b \neq c$) 의 꼴로 나타난다.

3. 일차함수 $4x - 3y - 12 = 0$ 의 그래프를 옳게 나타낸 것은?



해설

x 절편이 3, y 절편이 -4 이다.
따라서 ③이다.

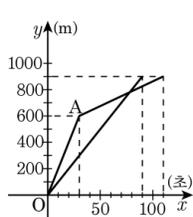
4. 점 $A(a, 5)$ 는 일차함수 $y = 2x + 1$ 의 그래프 위의 점이고, 점 $B(1, b)$ 는 일차함수 $y = 2x - 3$ 의 그래프 위의 점이다. 이 때, 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은?

- ① $y = 6x + 7$ ② $y = 6x - 7$ ③ $y = 6x$
④ $y = 2x + 7$ ⑤ $y = 2x - 7$

해설

$A(a, 5)$ 를 $y = 2x + 1$ 에 대입하면
 $5 = 2a + 1 \quad \therefore a = 2$
 $B(1, b)$ 를 $y = 2x - 3$ 에 대입하면
 $b = 2 - 3 = -1$
따라서 $(2, 5), (1, -1)$ 을 지나는
직선의 일차함수의 식은 $y = 6x - 7$ 이다.

5. 대한중학교 2학년 1반과 2반이 1000m 경주를 한다. 1반 학생은 스타트하자마자 전 속력으로 달려 앞서나갔지만 도중에 지쳐서 속력을 늦췄고, 2반 학생은 시작부터 끝까지 일정한 속도로 달렸다. 다음 그래프의 해석 중 옳은 것은?



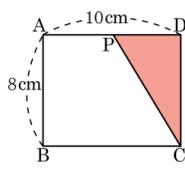
- ㉠ 1반 학생이 먼저 골인했다.
- ㉡ 1반 학생이 지친 것은 시작하고 30초가 지난 후이다.
- ㉢ 1반 학생이 지친 것은 골 지점에서 800m 떨어진 곳이다.
- ㉣ 2반 학생은 시작한지 1분 후에 1반 학생보다 100m 앞섰다.
- ㉤ 2반 학생은 꾸준히 초속 10m의 속력으로 달렸다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣, ㉤
- ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ 2반 학생이 먼저 골인했다.
- ㉡ 1반 학생이 지친 것은 골 지점에서 600m 떨어진 곳이다.
- ㉢ 1반 학생은 시작한 지 1분 후에 2반 학생보다 100m 앞섰다.

6. 다음 그림의 직사각형 ABCD에서 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 이고 점 P는 A를 출발하여 매초 2cm씩 점 D를 향해 움직이고 있다. x 초 후의 $\square ABCP$ 의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, x , y 사이의 관계식을 구하면?



- ① $y = 8x + 40$ ② $y = 4x + 8$ ③ $y = 5x + 10$
 ④ $y = 20$ ⑤ $y = 40$

해설

사각형 ABCP는 선분 AP를 윗변, BC를 아랫변, AB를 높이로 하는 사다리꼴이므로

$$\text{넓이는 } y = 8 \times (2x + 10) \times \frac{1}{2} = 8x + 40$$

7. 일차방정식 $ax + y + b = 0$ 의 그래프 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 에 대하여

다음 조건을 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라. (단, $y = f(x)$)

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 2 \\ \text{(나)} \quad & f(0) = 6 \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 2$ 는 기울기, $f(0) = 6$ 은 y 절편이 6을 의미하므로

$y = -ax - b$ 는 $y = 2x + 6$ 이다.

따라서 $f(x) = 2x + 6$

$\therefore f(3) = 12$

8. 다음 보기에서 일차방정식 $2x + y = 6$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 그래프는 제 1, 2, 4 사분면 위에 나타난다.
- ㉡ 미지수가 두 개인 일차방정식이다.
- ㉢ 주어진 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내면 한 직선위의 점들이 된다.
- ㉣ 해의 개수는 유한개이다.
- ㉤ x 값이 -2 일 때, y 의 값은 10 이다.
- ㉥ 그래프를 그리면 직선 그래프가 그려진다.

① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

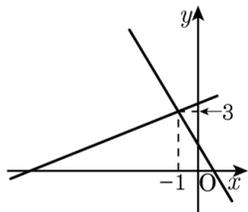
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

해설

㉢ 일차방정식 $2x + y = 6$ 은 해가 무수히 많다.

9. 다음 그래프는 연립방정식 $\begin{cases} ax - 3y + 5 = 1 \\ -2x + 5y - b = 5 \end{cases}$ 를 풀기 위한 것이
다. $2a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

교점 $(-1, 3)$ 을 식에 대입하면

$$-a - 9 + 5 = 1, a = -5$$

$$2 + 15 - b = 5, b = 12$$

$$\therefore 2a + b = -10 + 12 = 2$$

10. 일차함수 $f(x) = 2ax + b$ 가 다음 식을 만족할 때, a 의 값을 구하여라.

$$\frac{f(3) - f(1)}{2} + \frac{f(4) - f(2)}{2} + \frac{f(5) - f(3)}{2} + \dots + \frac{f(102) - f(100)}{2} = 800$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{f(3) - f(1)}{2} + \frac{f(4) - f(2)}{2} + \frac{f(5) - f(3)}{2} \\ & + \dots + \frac{f(102) - f(100)}{2} \\ & = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} + \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} + \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} \\ & \quad + \dots + \frac{f(102) - f(100)}{102 - 100} = 800 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 좌변은 $f(x)$ 의 기울기를 100 번 더한 것으로 $2a \times 100 = 200a = 800$ 이다.

$\therefore a = 4$

11. 점 (x, y) 를 점 $(2x, -y)$ 로 이동시키는 규칙에 따라 다음 세 점을 각각 이동시킨 세 점이 한 직선 위에 존재한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

$O(0, 0), A(2, -4), B(a, 3)$

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{2}$

해설

점 (x, y) 를 점 $(2x, -y)$ 로 이동시키는 규칙에 따라 이동한 점을 각각 O', A', B' 이라 하면

각각 $O'(0, 0), A'(4, 4), B'(2a, -3)$ 이다.

한 직선 위의 두 점의 기울기는 같으므로

두 점 O', A' 을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{4-0}{4-0} = 1$

두 점 A', B' 을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{-3-4}{2a-4} = \frac{-7}{2a-4}$$

즉, $\frac{-7}{2a-4} = 1$ 이므로 $a = -\frac{3}{2}$ 이다.

13. 일차함수 $y = ax + b$ 는 점 $(5, 3)$ 을 지나고 $\frac{f(m) - f(n)}{m - n} = \frac{2}{5}$ 이다. 이 때, $f(-2) + f(7)$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

기울기 $a = \frac{2}{5}$ 이므로

$y = \frac{2}{5}x + b$ 에 점 $(5, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 2 + b, b = 1$$

$$y = \frac{2}{5}x + 1$$

$$\therefore f(-2) + f(7) = -\frac{4}{5} + 1 + \frac{14}{5} + 1 = 4$$

14. 용량이 600ml 의 욕조에 물을 500ml 까지 채우고 목욕을 한 후 욕조의 물을 모두 빼내려 한다. 1 분에 100ml 씩 욕조에 물을 채우고 물이 다 찬 상태에서 10 분간 목욕을 한 후 2 분에 50ml 씩 물을 빼낸다. 욕조에 물을 채우기 시작할 때부터 물을 모두 빼낼 때 까지의 시간을 x (분) 라 하고 욕조에 들어있는 물의 양을 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11250

해설

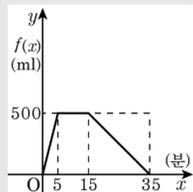
욕조에 500ml 의 물을 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{500}{100} = 5$ (분) 이다.

즉, $0 \leq x \leq 5$ 일 때, $f(x) = 100x$

목욕시간이 10 분이므로 $5 \leq x \leq 15$ 일 때, $f(x) = 500$

욕조에 있는 500ml 의 물을 빼내는데 걸리는 시간은 $\frac{500}{25} = 20$ (분) 이므로

$15 \leq x \leq 35$ 일 때, $f(x) = -25x + 875$



$f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$5 \times 500 \times \frac{1}{2} + (15 - 5) \times 500 + (35 - 15) \times 500 \times \frac{1}{2} = 11250$ 이다.

15. 540g의 가스를 계속하여 3시간 연소시키면 가스가 완전히 소모된다고 한다. x 분 동안 연소시키고 남은 가스의 무게를 y g이라고 할 때, 가스의 무게가 330g이 될 때의 x 의 값은?

- ① 30분 ② 50분 ③ 70분
④ 90분 ⑤ 110분

해설

$$y = -3x + 540 \text{ 에서 } 330 = -3x + 540$$

$$3x = 210 \quad \therefore x = 70$$

16. 반지름의 길이가 2 인 원 A 는 y 축과 점 $(0, 4)$ 에서 접하고, 반지름의 길이가 1 인 원 B 는 x 축과 점 $(6, 0)$ 에서 접한다. 이 두 원의 넓이를 동시에 이등분하는 직선을 $y = ax + b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, A 는 제 2 사분면, B 는 제 4 사분면에 존재)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{8}$

해설

두 원의 넓이를 이등분하는 직선은 두 원 각각의 중심을 지나야 한다. 원 A 의 중심의 좌표는 $(-2, 4)$, 원 B 의 중심의 좌표는 $(6, -1)$

따라서 $(-2, 4)$ 과 $(6, -1)$ 를 지나는 직선

$y = ax + b$ 를 구하면,

$$y - 4 = \frac{-1 - 4}{6 - (-2)}(x + 2)$$

$$y = -\frac{5}{8}x + \frac{11}{4}$$

$$a = -\frac{5}{8}, b = \frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b = \frac{17}{8}$$

17. 두 일차함수 $y = ax + 7a + 5$ 와 $y = -\frac{4}{7}x + b$ 의 그래프가 일치할 때, $y = ax - b$ 의 그래프의 x 절편을 p , y 절편을 q 라 할 때, $4p + q$ 의 값은?

- ① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

해설

$$a = -\frac{4}{7}, 7a + 5 = b \text{에서 } b = 1$$

$$y = ax - b = -\frac{4}{7}x - 1$$

$$x\text{절편} : 0 = -\frac{4}{7}x - 1 \quad \therefore x = -\frac{7}{4}$$

$$y\text{절편} : -1$$

$$\therefore 4p + q = 4 \times \left(-\frac{7}{4}\right) - 1 = -8$$

18. 직선 $7x + 5y = 1$ 과 직선 $7ax + 5by = 1$ 이 평행하고 점 (a, b) 는 직선 $7x + 5y = 1$ 위의 점일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

해설

$$\text{평행일 조건 : } \frac{7}{7a} = \frac{5}{5b} \neq \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b}, a = b \cdots \text{㉠}$$

$7x + 5y = 1$ 에 점 (a, b) 를 대입하면

$$7a + 5b = 1 \cdots \text{㉡}$$

$$a = b \text{ 이므로 } 7a + 5a = 1, 12a = 1$$

$$\therefore a = b = \frac{1}{12}, a + b = \frac{1}{6}$$

19. 세 직선 $x + 3y - 2 = 0$, $4x - y + 5 = 0$, $2x + 3y - a = 0$ 의 교점으로 삼각형이 만들어지지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

세 직선의 기울기가 서로 다르므로 한 점에서 만날 때의 a 의 값을 구한다.

$$x + 3y - 2 = 0 \text{에서 } x = -3y + 2$$

$$4(-3y + 2) - y + 5 = 0$$

$$-12y + 8 - y + 5 = 0$$

$$-13y + 13 = 0$$

$$y = 1, x = -1$$

$x = -1, y = 1$ 을 $2x + 3y - a = 0$ 에 대입하면

$$\therefore 2 \times (-1) + 3 \times 1 - a = 0 \quad \therefore a = 1$$

20. 두 직선 $y = x + 4$ 와 $y = -2x + 8$ 의 x 축과의 교점을 각각 A, B 라 하고 두 직선의 교점을 C 라 할 때, 점 C 를 지나고 $\triangle ABC$ 넓이를 2 등분하는 직선 CD 의 방정식은?

- ① $y = x - 4$ ② $y = x + 4$ ③ $y = 4x$
④ $y = 4x + 3$ ⑤ $y = 4x - 2$

해설

$y = x + 4$ 와 $y = -2x + 8$ 의 교점의 좌표는 $\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{3}\right)$ 이고, $\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{3}\right)$ 을 지나면서 넓이를 이등분하기 위해서는 $(0, 0)$ 을 지난다.

두 점 $\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{3}\right), (0, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = 4x$