

1. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$3x^2 - 4x - 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

$$\therefore A = 2, B = 22$$

$$\therefore A + B = 24$$

2. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (-4)^2 - 1 \times 4 = 16 - 4 > 0$$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

3. 이차방정식 $x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

① $k \leq 1$

② $k \leq 2$

③ $k \leq 3$

④ $k \geq 1$

⑤ $k \geq 2$

해설

$x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 가지려면

$$D = 36 - 12k \geq 0$$

$$36 \geq 12k$$

$$\therefore 3 \geq k$$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값은?

① 6

② -6

③ 7

④ -8

⑤ -7

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$2 \times (-4) = A$$

$$\therefore A = -8$$

5. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을 곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 $x^2 + 5x + m = 0$ 의 한 근일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱은 -2

$x = -2$ 를 $x^2 + 5x + m = 0$ 에 대입하면

$$4 - 10 + m = 0$$

$$\therefore k = 6$$

7. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 3 일 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1$, $x = 3$ 을 각각 대입하면

$$3 + a + b = 0, \quad 27 + 3a + b = 0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -12, \quad b = 9 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b = -3$$

8. $2 + \sqrt{3}$ 이 $x^2 + ax + 1 = 0$ 의 근 중의 한 개일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이므로
근과 계수와의 관계에서

$$-a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$\therefore a = -4$$

9. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + 20 = 0$ 의 한 근이 다른 근 보다 1클 때,
이것을 만족하는 m 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

한 근을 a , 다른 한 근은 $a+1$ 이라 하면
근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합 } a + (a+1) = -(m+1) \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\text{두 근의 곱 } a(a+1) = 20 \cdots \textcircled{㉡}$$

②를 풀면 $a = 4, -5$

$a = 4, -5$ 를 각각 ①에 대입하면

$$a = 4 \text{ 일 때, } m = -10$$

$$a = -5 \text{ 일 때, } m = 8$$

$$\therefore (-10) + 8 = -2$$

10. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$ ⑤가 잘못 되었다.

11. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

12. 이차방정식 $\frac{(x-2)(x+1)}{2} = \frac{x(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, α^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 6을 곱하여 정리하면

$$3(x-2)(x+1) = 2x(x+1)$$

$$3(x^2 - x - 2) = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 이므로 } \alpha^2 = 1$$

13. $A = \{x \mid 6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)\}$ 의 해가 $\{\alpha, \beta\}$ 일 때, $4(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}, \beta = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$$

$$\therefore 4(\alpha + \beta) = 10$$

14. 이차방정식 $(x-1)^2 - 3(x-1) - 18 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $x^2 - ax + 2a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① 9

② 3

③ 1

④ -1

⑤ $-\frac{9}{5}$

해설

$x-1 = t$ 로 치환하면 $t^2 - 3t - 18 = 0$

$(t-6)(t+3) = 0$, $t = 6$ 또는 $t = -3$

$t = x-1 = 6$ 또는 $t = x-1 = -3$ 에서 $x = 7$ 또는 $x = -2$

따라서 작은 근은 -2 이다.

$x = -2$ 를 $x^2 - ax + 2a = 0$ 에 대입하면

$(-2)^2 + 2a + 2a = 0$, $4a = -4$

$\therefore a = -1$

15. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면? (단, x^2 의 계수는 3 이다.)

① $3x^2 + 13x + 14 = 0$

② $3x^2 + 14x + 15 = 0$

③ $3x^2 + 15x + 16 = 0$

④ $3x^2 + 16x + 17 = 0$

⑤ $3x^2 + 17x + 18 = 0$

해설

$3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 $\alpha + \beta = -\frac{5}{3}$, $\alpha\beta = -3$

$x = -3$ 또는 $x = -\frac{5}{3}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x + 3)\left(x + \frac{5}{3}\right) = 0$$

$$x^2 + \frac{14}{3}x + 5 = 0$$

x^2 의 계수가 3 이므로 $3\left(x^2 + \frac{14}{3}x + 5\right) = 0$

따라서 $3x^2 + 14x + 15 = 0$ 이다.

16. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.