1. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 해가 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$3x^2 - 4x - 6 = 0$ 에서

$x = \dfrac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$

$\therefore A = 2,\ B = 22$

$\therefore A + B = 24$

2. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서

$\frac{D}{4} = (-4)^2 - 1 \times 4 = 16 - 4 > 0$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

3. 이차방정식 $x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

① $k \le 1$ ② $k \le 2$ ③ $k \le 3$ ④ $k \ge 1$ ⑤ $k \ge 2$

해설

$x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 가지려면
$D = 36 - 12k \ge 0$
$36 \ge 12k$
$\therefore 3 \ge k$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값은?

① 6 ② -6 ③ 7 ④ -8 ⑤ -7

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$2 \times (-4) = A$

$\therefore\ A = -8$

5. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$ ② $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$ ③ $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$

④ $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$ ⑤ $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을
곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 $x^2 + 5x + m = 0$ 의 한 근일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

근과 계수와의 관계에 의해
$x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱은 -2
$x = -2$ 를 $x^2 + 5x + m = 0$ 에 대입하면
$4 - 10 + m = 0$
$\therefore k = 6$

7. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 3 일 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1,\ x = 3$ 을 각각 대입하면
$3 + a + b = 0,\ 27 + 3a + b = 0$
두 식을 연립하여풀면
$a = -12,\ b = 9$ 이다.
$\therefore\ a + b = -3$

8. $2+\sqrt{3}$ 이 $x^2+ax+1=0$ 의 근 중의 한 개일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$ 이므로
근과 계수와의 관계에서
$-a=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$
$\therefore a=-4$

9. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+20=0$ 의 한 근이 다른 근 보다 1클 때, 이것을 만족하는 m의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ −1 ⑤ −2

해설

한 근을 a, 다른 한 근은 $a+1$ 이라 하면
근과 계수와의 관계에 의해
두 근의 합 $a+(a+1)=-(m+1)\cdots$ ㉠
두 근의 곱 $a(a+1)=20\cdots$ ㉡
㉡를 풀면 $a=4,\ -5$
$a=4,\ -5$ 를 각각 ㉠에 대입하면
$a=4$ 일 때, $m=-10$
$a=-5$ 일 때, $m=8$
$\therefore (-10)+8=-2$

10. 다음은 이차방정식 $ax^2+2bx+c=0\ (a\neq 0)$을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2-ac\geq 0$)

$ax^2+2bx+c=0\,(a\neq 0)$

$x^2+\frac{2b}{a}x=-\frac{c}{a}$

$x^2+\frac{2b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$

$(x+②)^2=③$

$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2-ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a^2}$

해설

$ax^2+2bx+c=0\,(a\neq 0)$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2+\frac{2b}{a}x=-\frac{c}{a}$,

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$x^2+\frac{2b}{a}x+\frac{b^2}{a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{a^2}$

$\left(x+\frac{b}{a}\right)^2=\frac{b^2-ac}{a^2}$

$x+\frac{b}{a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a}$

$x=-\frac{b}{a}\pm\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a}$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

11. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는
$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$
$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$
$(-1,\ 10),\ (1,\ -10),\ (-2,\ 5),\ (2,\ -5)$
이므로 두 수의 합은 $-9,\ 9,\ -3,\ 3$ 이다.
$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$
따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

12. 이차방정식 $\frac{(x-2)(x+1)}{2} = \frac{x(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, α^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

양변에 6을 곱하여 정리하면
$3(x-2)(x+1) = 2x(x+1)$
$3(x^2 - x - 2) = 2x^2 + 2x$
$x^2 - 5x - 6 = 0$
$(x-6)(x+1) = 0$
$\therefore\ x = 6$ 또는 $x = -1$
$\alpha = -1$ 이므로 $\alpha^2 = 1$

13. $A = \{x \mid 6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)\}$ 의 해가 $\{\alpha,\ \beta\}$ 일 때, $4(\alpha+\beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5+\sqrt{97}}{4},\ \beta = \frac{5-\sqrt{97}}{4}$$

$\therefore\ 4(\alpha+\beta) = 10$

14. 이차방정식 $(x-1)^2-3(x-1)-18=0$의 두 근 중 작은 근이 $x^2-ax+2a=0$의 근일 때, a의 값은?

① 9 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ $-\frac{9}{5}$

해설

$x-1=t$로 치환하면 $t^2-3t-18=0$
$(t-6)(t+3)=0$, $t=6$또는 $t=-3$
$t=x-1=6$또는 $t=x-1=-3$에서 $x=7$또는 $x=-2$
따라서 작은 근은 -2이다.
$x=-2$를 $x^2-ax+2a=0$에 대입하면
$(-2)^2+2a+2a=0$, $4a=-4$
$\therefore\ a=-1$

15. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면? (단, x^2 의 계수는 3 이다.)

① $3x^2 + 13x + 14 = 0$　② $3x^2 + 14x + 15 = 0$

③ $3x^2 + 15x + 16 = 0$　④ $3x^2 + 16x + 17 = 0$

⑤ $3x^2 + 17x + 18 = 0$

해설

$3x^2+5x-9=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 $\alpha+\beta=-\frac{5}{3}$, $\alpha\beta=-3$

$x=-3$ 또는 $x=-\frac{5}{3}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은

$(x+3)\left(x+\frac{5}{3}\right)=0$

$x^2+\frac{14}{3}x+5=0$

x^2 의 계수가 3 이므로 $3\left(x^2+\frac{14}{3}x+5\right)=0$

따라서 $3x^2+14x+15=0$ 이다.

16. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$의 근이 1개일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 60$

해설

$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$
$4(x^2 - 8x) = -k - 4$
$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$
$4(x - 4)^2 = -k + 60$
중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.