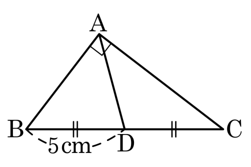
1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 D 는 빗변의 중심이다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



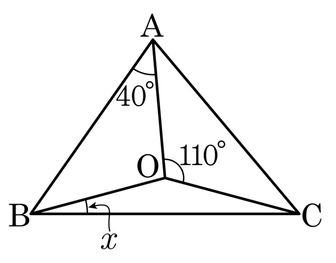
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

삼각형의 외심으로부터 각 꼭짓점까지의 거리는 같다.
$\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,\text{cm}$

2. 다음 $\triangle$ ABC 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



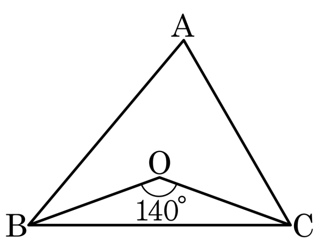
① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\triangle$AOC 에서 $\angle \mathrm{OAC} = \angle \mathrm{OCA}$, $\angle \mathrm{AOC} + \angle \mathrm{OAC} + \angle \mathrm{OCA} = 180°$, $\angle \mathrm{OCA} = 35°$

$\angle \mathrm{OAB} + \angle \mathrm{OCA} + \angle x = 90°$, $\angle x = 90° - 40° - 35° = 15°$

3. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\angle BOC = 140°$일 때, $\angle BAC$를 구하여라.



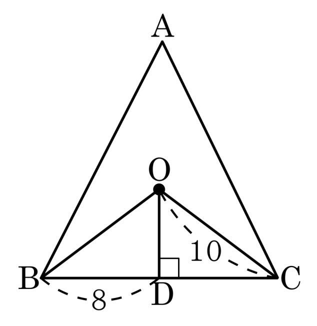
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\angle BAC = \angle BOC \times \dfrac{1}{2} = 140 \times \dfrac{1}{2} = 70°$

4. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

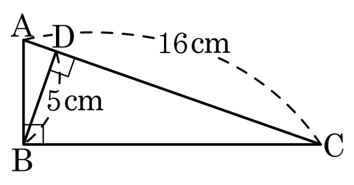


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

5. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

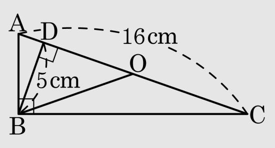


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

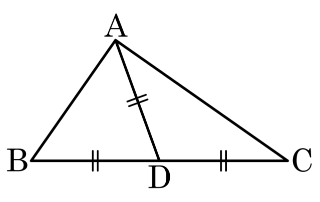
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심을 지나므로 외심 O는 $\overline{AC}$의 중점이다.



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로 외접원의 반지름은

$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}$ 위의 한 점 D에 대하여 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



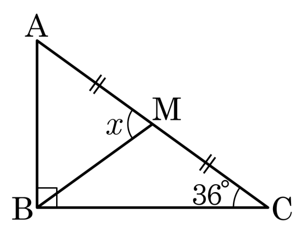
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 90°

해설

$\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC}$이므로 점 D는 외심이다
따라서 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형이다.

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?

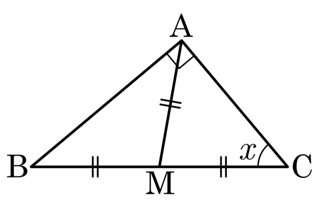


① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠
따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle MCB = \angle MBC = 36°$
$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

8. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

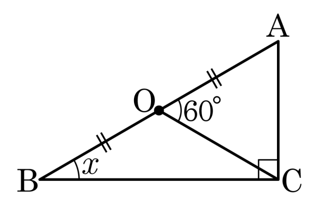


① $30°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.
$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

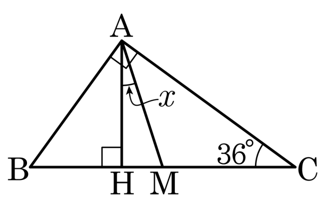


① $10°$　② $20°$　③ $30°$　④ $40°$　⑤ $50°$

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$
$\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$
삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로
$x + x = 60°$
$\therefore x = 30°$

10. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

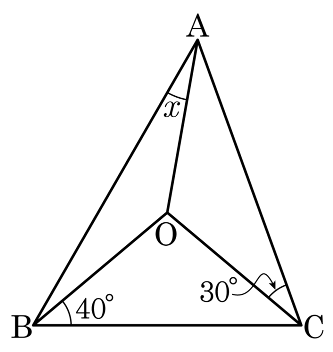


① 15°　② 18°　③ 20°　④ 22°　⑤ 25°

해설

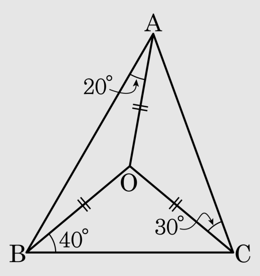
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OBC = 40^\circ$, $\angle ACO = 30^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?



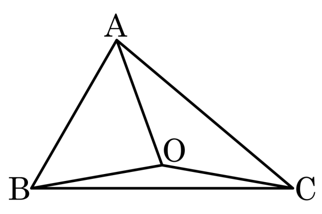
① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 40°

해설



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로
$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이다.
$\angle OCB = 40^\circ$, $\angle OAC = 30^\circ$,
$\angle OAB = \angle OBA = \angle x$이므로
$2\angle x + 40^\circ \times 2 + 30^\circ \times 2 = 180^\circ$,
$2\angle x + 140^\circ = 180^\circ$,
$\therefore\ \angle x = 20^\circ$

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 2 : 3 : 4$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



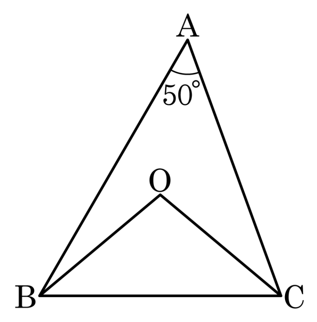
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 60 °

해설

$\angle ABC = 360° \times \frac{3}{(2+3+4)} \times \frac{1}{2} = 60°$

13. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50°$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?

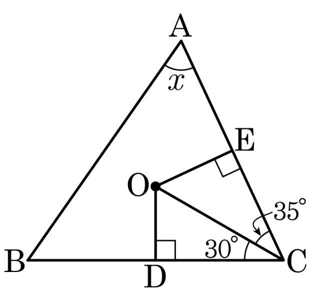


① $110°$ ② $100°$ ③ $105°$ ④ $95°$ ⑤ $115°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50° \times 2 = 100°$
$\therefore \angle BOC = 100°$

14. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



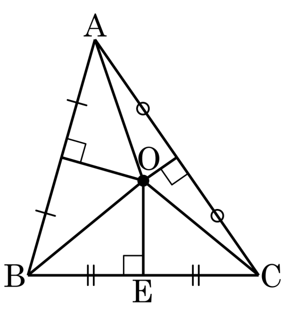
① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 를 그으면 $\angle OBC = 30°$, $\angle OAE = 35°$
$\angle OBA = \angle OAB$
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle A + \angle B + \angle C = 180° \cdots$ ㉠
$\angle A = \angle OAB + 35° \cdots$ ㉡
$\angle B = \angle OBA + 30° \cdots$ ㉢
$\angle C = 30° + 35° \cdots$ ㉣
㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $\angle OAB = \angle OBA = 25°$
$\therefore \angle A = 25° + 35° = 60°$ 이다.

15. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)
$\triangle$ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



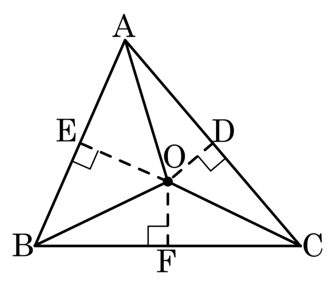
점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} =$ (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle$OBE 와 $\triangle$OCE 에서
$\overline{OB} =$ (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE} =$ (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

16. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?

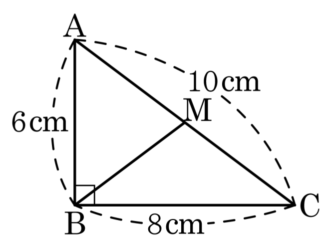


① △OBE ≡ △OBF
② △OCF ≡ △OCD
③ △OBE ≡ △OAE
④ △AOD ≡ △COD
⑤ △OBF ≡ △OCF

해설

△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

17. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이는?



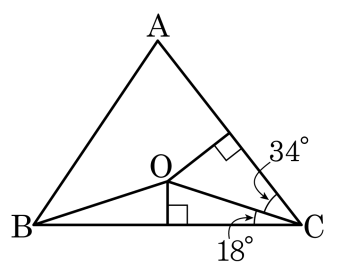
① 10cm^2　② 12cm^2　③ 13cm^2
④ 15cm^2　⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34°$, $\angle OCB = 18°$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?

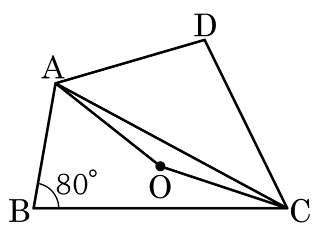


① 18° ② 34° ③ 36° ④ 38° ⑤ 52°

해설

$\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA = 90°$
$\angle OBA = 90° - \angle OCB - \angle OCA = 38°$

19. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

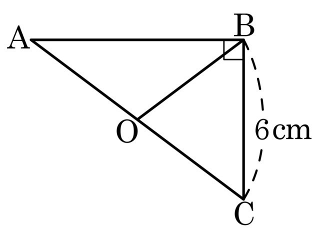
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

20. 직각삼각형 ABC 의 외심 점 O 를 찍어 B 와 연결하였더니 다음 그림과 같았다. $\triangle OAB$ 의 넓이가 12cm^2 이고, $\overline{AC}$ 의 길이가 10cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

변 $\overline{OB}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$ 의 넓이는 $12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.
높이가 6cm 인 삼각형의 넓이가 24cm^2 이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 6 = 24$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는
$6 + 8 + 10 = 24$ (cm)