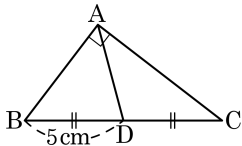


1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 D 는 빗변의 중심이다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 5\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

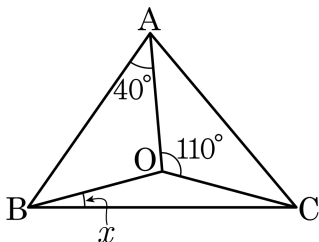
▷ 정답 : 5 cm

해설

삼각형의 외심으로부터 각 꼭짓점까지의 거리는 같다.

$$\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\text{ cm}$$

2. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 10°

② 15°

③ 20°

④ 25°

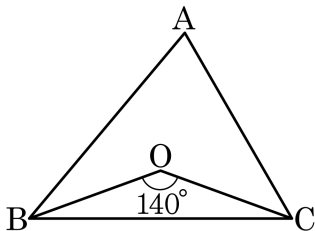
⑤ 30°

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180^\circ$
 , $\angle OCA = 35^\circ$

$\angle OAB + \angle OCA + \angle x = 90^\circ$, $\angle x = 90^\circ - 40^\circ - 35^\circ = 15^\circ$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\angle BOC = 140^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 를 구하여라.



▶ 답 :

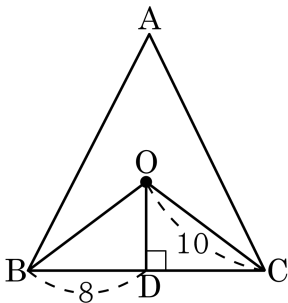
°
_

▶ 정답 : 70°

해설

$$\angle BAC = \angle BOC \times \frac{1}{2} = 140 \times \frac{1}{2} = 70^\circ$$

4. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

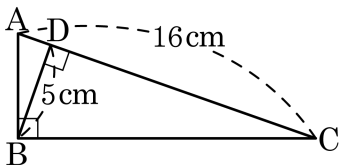
⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

5. 다음 그림은 $\angle B$ 가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

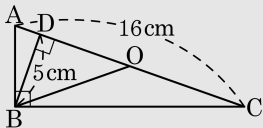


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

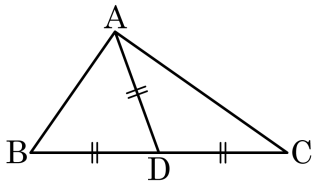
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점을 지나므로 외심 O는 $\overline{AC}$ 의 중점이다.



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로
외접원의 반지름은

$$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



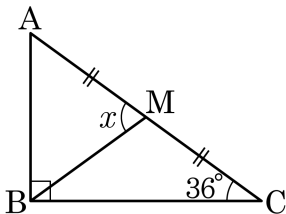
▶ 답: °

▷ 정답: 90°

해설

$\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC}$ 이므로 점 D 는 외심이다
따라서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36^\circ$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



① 62°

② 64°

③ 68°

④ 70°

⑤ 72°

해설

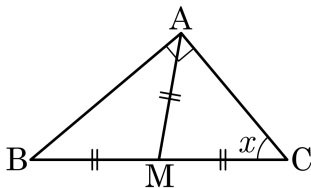
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \dots \textcircled{1}$

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle MCB = \angle MBC = 36^\circ$$

$$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

8. 다음 그림에서 점 M은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

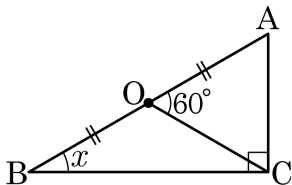
⑤ 70°

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100^\circ$, $\angle AMC = 80^\circ$
 $\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.

$\angle AMC = 80^\circ$ 이므로 $\angle MAC = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$
 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.

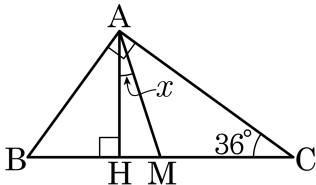
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$

삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로

$$x + x = 60^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

10. 다음 그림에서 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이고 $\angle C = 36^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15°

② 18°

③ 20°

④ 22°

⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
 $\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36^\circ \dots \textcircled{\text{㉠}}$

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ 이다.

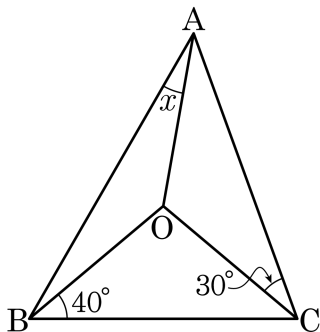
$\angle BAH = 180^\circ - \angle ABC - 90^\circ = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\angle A = 90^\circ$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에 의해서 $\angle HAM = 90^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 18^\circ$

따라서 $x = 18^\circ$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OBC = 40^\circ$, $\angle ACO = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15°

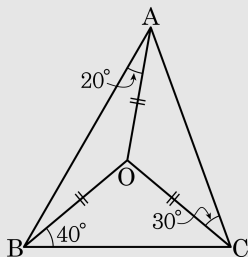
② 20°

③ 25°

④ 30°

⑤ 40°

해설



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로
 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형이다.

$\angle OCB = 40^\circ$, $\angle OAC = 30^\circ$,

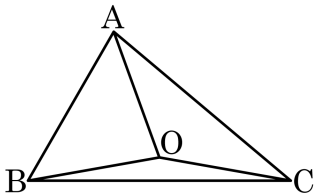
$\angle OAB = \angle OBA = \angle x$ 이므로

$$2\angle x + 40^\circ \times 2 + 30^\circ \times 2 = 180^\circ,$$

$$2\angle x + 140^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle x = 20^\circ$$

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 2 : 3 : 4$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



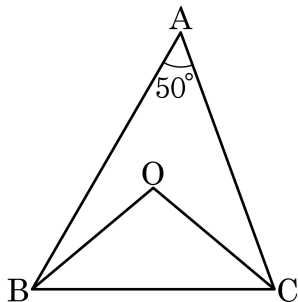
▶ 답 : °

▷ 정답 : 60 °

해설

$$\angle ABC = 360^\circ \times \frac{3}{(2+3+4)} \times \frac{1}{2} = 60^\circ$$

13. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하면?



① 110°

② 100°

③ 105°

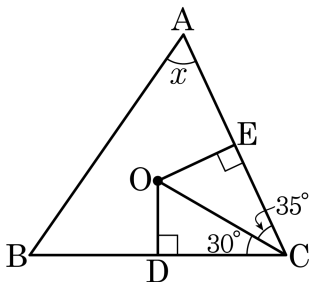
④ 95°

⑤ 115°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$ 이므로 $50^\circ \times 2 = 100^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 100^\circ$

14. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40°

② 50°

③ 60°

④ 70°

⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 를 그으면 $\angle OBC = 30^\circ$, $\angle OAE = 35^\circ$

$$\angle OBA = \angle OAB$$

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\angle A = \angle OAB + 35^\circ \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\angle B = \angle OBA + 30^\circ \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\angle C = 30^\circ + 35^\circ \cdots \textcircled{㉤}$$

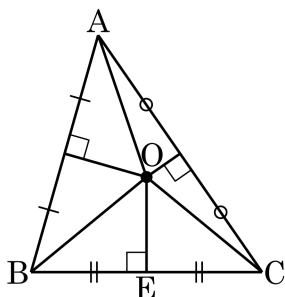
$\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$, $\textcircled{㉤}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $\angle OAB = \angle OBA = 25^\circ$

$\therefore \angle A = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$ 이다.

15. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ()안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} = (\text{㉠}),$
 $\overline{OA} = \overline{OC}$

$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서

$\overline{OB} = (\text{㉡}),$

$\angle BEO = \angle CEO = 90^\circ,$

(㉢)는 공통인 변

$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (㉤ 합동)

$\therefore \overline{BE} = (\text{㉦})$

즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.

따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㉠. $\overline{OB}$

② ㉡. $\overline{OC}$

③ ㉢. $\overline{OE}$

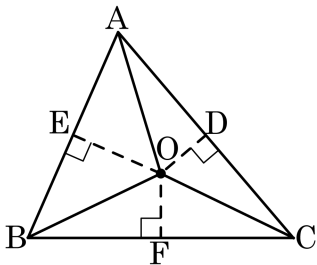
④ ㉤. SSS

⑤ ㉦. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

16. 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① $\triangle OBE \equiv \triangle OBF$

② $\triangle OCF \equiv \triangle OCD$

③ $\triangle OBE \equiv \triangle OAE$

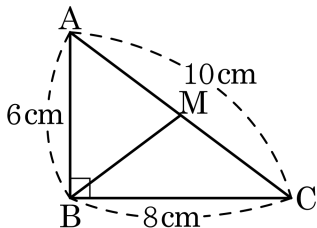
④ $\triangle AOD \equiv \triangle COD$

⑤ $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle BOE$, $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$, $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 이다.

17. 다음 그림은 $\angle B$ 가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이는?



① 10cm^2

② 12cm^2

③ 13cm^2

④ 15cm^2

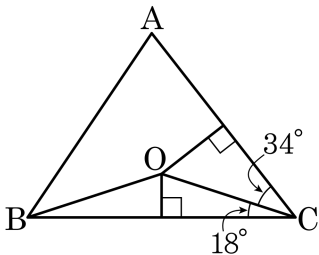
⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분한다.

$$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$$

18. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34^\circ$, $\angle OCB = 18^\circ$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?



① 18°

② 34°

③ 36°

④ 38°

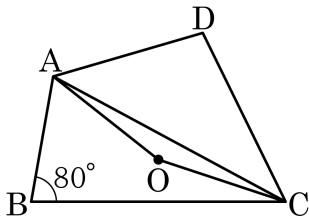
⑤ 52°

해설

$$\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA = 90^\circ$$

$$\angle OBA = 90^\circ - \angle OCB - \angle OCA = 38^\circ$$

19. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$ 의 외심일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 20°

② 40°

③ 60°

④ 80°

⑤ 100°

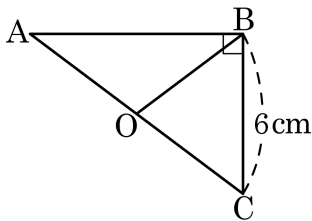
해설

$\angle AOC = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$ 이므로

$$\angle ADC = \frac{1}{2}(360^\circ - 160^\circ) = 100^\circ$$

$\therefore \angle D = 100^\circ$

20. 직각삼각형 ABC의 외심 점 O를 찍어 B와 연결하였더니 다음 그림과 같았다. $\triangle OAB$ 의 넓이가 12cm^2 이고, $\overline{AC}$ 의 길이가 10cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 24cm

해설

변 $\overline{OB}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.
 높이가 6cm 인 삼각형의 넓이가 24cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 6 = 24, \overline{AB} = 8\text{cm}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$6 + 8 + 10 = 24 (\text{cm})$$