

1. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$$-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2} = -\sqrt{25a^2} + |4a| = -|5a| + |4a| = -a$$

2. 다음 중 수직선 위에서 $-\sqrt{10}$ 과 3 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 무리수는 무수히 많다.

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

③ 정수는 6 개가 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다.

⑤ 실수는 무수히 많다.

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{10} < -3$ 이므로 범위는 $-3.\times\times\times \sim 3$

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다. → 실수 중 유리수만이 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다. → 1, 2. 두 개 있다.

3. 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

① $\sqrt{15} \div \sqrt{3}$

② $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}$

③ $\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

④ $\sqrt{14} \div \sqrt{2}$

⑤ $6 \div \sqrt{6}$

해설

① $\sqrt{15} \div \sqrt{3} = \sqrt{5}$

② $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}} = \sqrt{2}$

③ $\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{8}$

④ $\sqrt{14} \div \sqrt{2} = \sqrt{7}$

⑤ $6 \div \sqrt{6} = \sqrt{6}$

따라서 $\sqrt{8}$ 이 가장 크다.

4. $\frac{1}{\sqrt{18}} = k\sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은?

① 3

② $\frac{1}{3}$

③ 6

④ $\frac{1}{6}$

⑤ 9

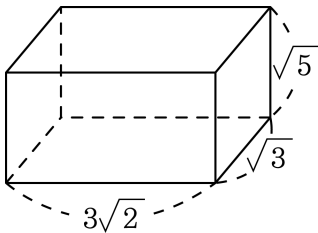
해설

$$\frac{1}{\sqrt{18}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{6} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore k = \frac{1}{6}$$

5. 다음 그림과 같은 직육면체의 부피를 $\sqrt{a}$ 의 꼴로 나타냈을 때, a 의 값을 구하여라.



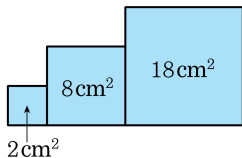
▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 270$

해설

직육면체의 부피는 (가로) $\times$ (세로) $\times$ (높이) 이므로 $3\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{30} = \sqrt{270}$ 이다. 따라서 a 의 값은 270이다.

6. 다음 그림과 같이 넓이가 각각 2cm^2 , 8cm^2 , 18cm^2 인 정사각형 모양의 색종이를 붙였다. 이때, 이 색종이로 이루어진 도형의 둘레의 길이는?



- ① $2\sqrt{7}\text{cm}$ ② $8\sqrt{7}\text{cm}$ ③ $14\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ $18\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $20\sqrt{2}\text{cm}$

해설

각 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}\text{cm}$, $\sqrt{8}\text{cm}$, $\sqrt{18}\text{cm}$ 이므로
 주어진 도형의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18}) \times 2 + 2\sqrt{18} \\
 &= (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) \times 2 + 6\sqrt{2} \\
 &= 12\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}(\text{cm})
 \end{aligned}$$

7. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낸 것 중 잘못된 것은 모두 몇 개인가?

$$25 \text{ 의 제곱근} = \pm 5$$

$$\sqrt{0.9} = 0.3$$

$$0.\dot{1} \text{ 의 제곱근} = \pm \frac{1}{9}$$

$$-\sqrt{\frac{4}{49}} = -\frac{2}{7}$$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 없다

해설

$\sqrt{0.9} \rightarrow 0.9$ 가 제곱수가 아니므로 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

$0.\dot{1}$ 의 제곱근 $\rightarrow 0.\dot{1} = \frac{1}{9}$ 이므로 제곱근은 $\pm \frac{1}{3}$ 이다.

8. 다음 중 계산한 값이 다른 하나는?

① $\sqrt{100} - \sqrt{13^2}$

② $-\frac{\sqrt{4 \times 3^2}}{2}$

③ $-\sqrt{(-5)^2} \times \frac{3}{\sqrt{25}}$

④ $-\sqrt{5^2} + \sqrt{64}$

⑤ $(-\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{3})^2 \div (-\sqrt{4})$

해설

① $\sqrt{100} - \sqrt{13^2} = 10 - 13 = -3$

② $-\frac{\sqrt{4 \times 3^2}}{2} = -2 \times \frac{3}{2} = -3$

③ $-\sqrt{(-5)^2} \times \frac{3}{\sqrt{25}} = -3$

④ $-\sqrt{5^2} + \sqrt{64} = -5 + 8 = 3$

⑤ $(-\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{3})^2 \div (-\sqrt{4}) = -3$

9. $a < 5$ 일 때, $\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $-2a - 10$

② $-2a$

③ 0

④ $2a$

⑤ $2a + 10$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2} &= -(a-5) - (-a+5) \\ &= -a+5+a-5=0\end{aligned}$$

10. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

① 5

② 70

③ 81

④ 89

⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$$

110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

11. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a} \dots \textcircled{1}$$

$$52 - a = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 49 \dots \textcircled{2}$$

②를 만족하는 $a = 52, 51, 48, 43, 36, 27, 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

12. 다음 중 각 식을 만족하는 x 의 값이 무리수인 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} x^2 = 9$$

$$\textcircled{\text{㉡}} x^2 = 121$$

$$\textcircled{\text{㉢}} x^2 = \frac{16}{25}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} x^2 = \frac{8}{49}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} x^2 = 7$$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉥

⑤ ㉤, ㉥

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

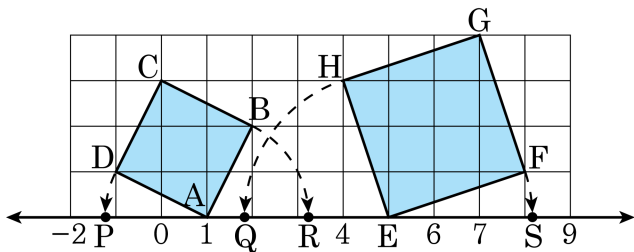
$$\textcircled{\text{㉡}} x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11$$

$$\textcircled{\text{㉢}} x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{5}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} x^2 = \frac{8}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{8}}{7}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$$

13. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 가 정사각형이고 $\overline{AD} = \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{EH} = \overline{EQ} = \overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



㉠ $P(-\sqrt{2})$

㉡ $Q(5 - \sqrt{3})$

㉢ $R(1 + \sqrt{5})$

㉣ $S(5 + \sqrt{10})$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉢

해설

$\square ABCD$ 의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, $\square EFGH$ 의 넓이는 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
따라서 ㉠ $P(1 - \sqrt{5})$ ㉡ $Q(5 - \sqrt{10})$

14. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $a^2 - (2 + \sqrt{5})a + 4\sqrt{5}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a = \sqrt{5} - 2$$

$$a^2 - (2 + \sqrt{5})a + 4\sqrt{5}$$

$$= (\sqrt{5} - 2)^2 - (2 + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2) + 4\sqrt{5}$$

$$= 5 - 4\sqrt{5} + 4 - (5 - 4) + 4\sqrt{5} = 8$$

15. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ $\frac{\pi}{4}$ 는 유리수가 아니다.
- ㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ $1 - \sqrt{7}, \sqrt{121}, -\sqrt{15^2}, \pi$ 는 모두 무리수이다.
- ㉣ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

- ㉡ 순환소수는 유리수이다.
- ㉢ $\sqrt{121}, -\sqrt{15^2}$ 는 유리수이다.
- ㉤ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

16. 다음 식을 만족하는 유리수 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \sqrt{32} = k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2} &= \frac{5\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{4} \\ &= -\frac{11\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$-\frac{11\sqrt{2}}{4} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$k = -\frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

17. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}& \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\&= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\&= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\&= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k\end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

18. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d}$ 이다. 이 때,
 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\sqrt{2} + \sqrt{3} = t$ 라 하면,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5} + t} &= \frac{\sqrt{5} - t}{(\sqrt{5} + t)(\sqrt{5} - t)} = \frac{\sqrt{5} - t}{5 - t^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (5 + 2\sqrt{6})} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{-2\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{30} - \sqrt{12} - \sqrt{18}}{-12} \\ &= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d} \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = 30 + 12 + 18 - 12 = 48$$

19. $\sqrt{6} < \sqrt{3x} < \sqrt{510}$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{510}$ 사이의 자연수 :

$\sqrt{3^2}, \sqrt{4^2}, \sqrt{5^2}, \sqrt{6^2}, \dots, \sqrt{20^2}, \sqrt{21^2}, \sqrt{22^2}$

이 중에서 3 의 배수는

$\sqrt{3^2}, \sqrt{6^2}, \sqrt{9^2}, \sqrt{12^2}, \sqrt{15^2}, \sqrt{18^2}, \sqrt{21^2}$

$\therefore$ 7 개

20. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 유리수 a 와 무리수 b 에 대해 $a - b$ 는 항상 무리수이다.
- ㉡ $b = a - \sqrt{5}$ 를 만족시키는 무리수 a, b 가 항상 존재한다.
- ㉢ 임의의 무리수 a 에 대하여 $ab = 1$ 을 만족시키는 무리수 b 가 존재한다.
- ㉣ 유리수 a , 무리수 b 에 대해 ab 는 항상 무리수이다.
- ㉤ 임의의 유리수 a 에 대해 ab^2 이 유리수가 되는 무리수 b 는 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

㉢ $a = 0$ 일 경우 $ab = 0$ 이 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.

㉣ $a = 2$ 일 때, $b = \sqrt{2}$ 이면 $ab^2 = 2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 4$ 가 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.

따라서 옳지 않은 것을 모두 고르면 ㉢, ㉣ 이다.