

1. 다음 중 부분집합의 개수가 16 개인 집합은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 17 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 15 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{a, b, c, d, e\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

- ① $2^2 = 4$ (개)
- ② 2^{16} (개)
- ③ $2^7 = 128$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^4 = 16$ (개)

2. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 것은?

- ① $\{L, O, V, E\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } -2 \leq x \leq 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$

해설

- ① 16 개 ② 8 개 ③ $\emptyset$
④ 무한집합 ⑤ 16 개

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 1, 2가 포함되어 있는 진부분집합의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$\{3, 4, 5\}$ 의 부분집합 개수 : $2^3 = 8$ (개)

이 중 진부분집합의 개수는 : $8 - 1 = 7$ (개)

4. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 집합은?

- ①

$\{0, 2\}$
- ②

$\{\neg, \sqcup\}$
- ③

$\{\emptyset, a, e\}$
- ④

$\{a, b, c, d, e\}$
- ⑤

$\{3, 6, 9, 12, \dots\}$

해설

- ① $2^2 = 4$ (개)
- ② $2^2 = 4$ (개)
- ③ $2^3 = 8$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ 무수히 많다.

5. 집합 $A = \{1, 2, 4, 6\}$ 의 부분집합 중 진부분집합의 개수는?

- ① 9 개 ② 11 개 ③ 13 개 ④ 15 개 ⑤ 17 개

해설

진부분집합은 부분집합 중에 자기 자신만을 제외한 것이므로, 진부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수보다 1개가 적다. 따라서 집합 A 의 진부분집합의 개수는 $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ (개)이다.

6. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $A \subset X \subset B$ 인 집합 X 중에서 집합 B 의 진부분집합은 모두 몇 개인가?

① 32개 ② 16개 ③ 8개 ④ 7개 ⑤ 6개

해설

1, 2를 반드시 포함하는 B 의 부분집합의 수에서 B 를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

7. 집합 $A = \{n \mid n \text{은 } 10 \text{ 이하인 자연수}\}$ 의 진부분집합 중 10보다 작은 소수가 모두 들어 있는 진부분집합의 개수를 구하면?

① 16개 ② 31개 ③ 32개 ④ 63개 ⑤ 64개

해설

10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이므로 주어진 집합은 {2, 3, 5, 7}을 반드시 포함하면서 진부분집합이어야 하므로 $2^{10-4} - 1 = 2^6 - 1 = 63(\text{개})$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는?

① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 16개

해설

1, 4를 뺀 $\{2, 3, 5\}$ 의 진부분집합의 개수는 $2^3 - 1 = 7(\text{개})$ 이다.

9. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{\emptyset\}, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 8 개

② 16 개

③ 32 개

④ 64 개

⑤ 128 개

해설

집합 A 의 원소의 개수는 5 개이므로, $2^5 = 32$ (개)

10. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{의 약수}\right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
- ㉠ $n(A) = 4$
 - ㉡ 집합 A 의 원소들의 합은 7 이다.
 - ㉢ $8 \in A$
 - ㉣ $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$
 - ㉤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15 개이다.

해설

$A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8\right\}$ 이므로

$A = \left\{\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8}\right\} = \left\{4, 2, 1, \frac{1}{2}\right\}$

㉡ 집합 A 의 원소들의 합은 $7\frac{1}{2}$

㉢ $8 \notin A$

㉣ $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 크고, } 15 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{11, 13\}$ 이므로 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같으므로
 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

12. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 모든 진부분집합의 개수는 x 개 이고, 집합 A 의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$ 와 서로소인 집합이 모두 y 개 일 때, $x+y$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 28 ④ 35 ⑤ 36

해설

집합 A 의 진부분집합의 개수는

$$x = 2^5 - 1 = 31$$

집합 A 의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$ 와 서로소인 집합은 $\{d, e\}$ 의 부분집합 개수와 같다.

$$y = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

$$\therefore x + y = 35$$

13. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 이고 집합 A 에 속하는 임의의 원소 a, b 에 대하여 $a * b = a \times b$ (a 는 홀수이고 $b \neq 0$) 로 정의할 때, 집합 $B = \{x \mid x = a * b, a \in A, b \in A\}$ 의 부분집합의 개수를 구하면?

- ① 2 개
- ② 4 개
- ③ 8 개
- ④ 16 개
- ⑤ 32 개

해설

$b \backslash a$	1	3
1	1	3
2	2	6
3	3	9

표에 의하여 $B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$ 이므로 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)이다.

14. 다음은 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 원소의 개수와 진부분집합의 개수를 바르게 구한 것은?
- ① 5, 31 ② 6, 63 ③ 7, 127
- ④ 8, 255 ⑤ 9, 511

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$ 를 원소나열법으로 고치면 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이므로 원소의 개수는 8개이다.
(진부분집합의 개수) = (부분집합의 개수) - 1
이므로 부분집합의 개수는 $2^8 = 256$ 이고
진부분집합의 개수는 $256 - 1 = 255$ (개)이다.

15. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하면?

① 32개

② 64개

③ 128개

④ 256개

⑤ 512개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는

$2^3 = 8$ (개)이므로 $n(B) = 8$ 이다.

따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는

$2^{n(B)} = 2^8 = 256$ (개)이다.