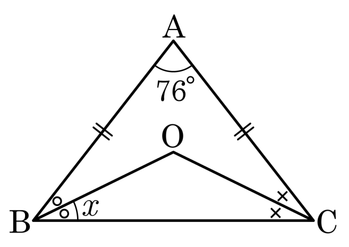
1. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 76°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

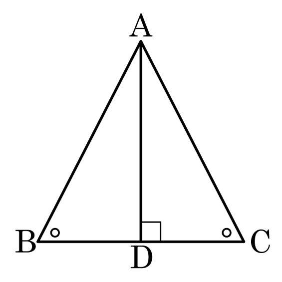


① $20°$ ② $22°$ ③ $24°$ ④ $26°$ ⑤ $28°$

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB$
그런데 $\angle ABC$ 와 $\angle ACB$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로
$\angle ABO = \angle OBC = \angle OCB = \angle ACO$
따라서 $4 \times \angle x = 180° - 76° = 104°$
$\therefore \angle x = 26°$

2. '두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.' 를 보이기 위해 사용된 합동의 조건은 무엇인지 써라.



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
i) $\angle B = \angle C$
ii) $\angle ADB = \angle ADC$ 이고
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD$
iii) $\overline{AD}$ 는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ 이므로 $\boxed{}$ 합동
$\therefore$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

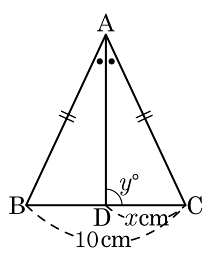
▶ 답 :

▷ 정답 : ASA

해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB = (\angle ADC)$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 (180)° 이므로
$\angle BAD = (\angle CAD)$
($\overline{AD}$)는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동)이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선일 때, $y - x$의 값은?



① 80　　② 85　　③ 90

④ 95　　⑤ 100

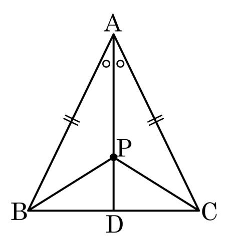
해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$x = \frac{10}{2} = 5 \quad \angle ADC = \angle y = 90°$이다.

따라서 $y - x = 90 - 5 = 85$이다.

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$와의 교점을 D라 하자. $\overline{AD}$위의 한점 P에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

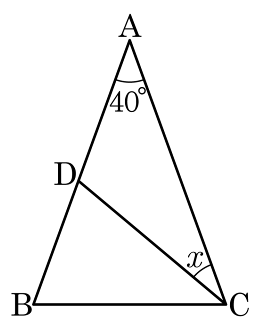


① $\overline{BD}=\overline{CD}$
② $\overline{BP}=\overline{BD}$
③ $\angle ADB=90°$
④ $\overline{BP}=\overline{CP}$
⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$

해설

①,③ 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle ADB=90°$이다.
④,⑤ $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle BAP=\angle CAP$(가정), $\overline{AP}$(공통)이므로 합동조건(SAS합동)에 의하여 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$이다.

5. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

$\triangle ABC$에서

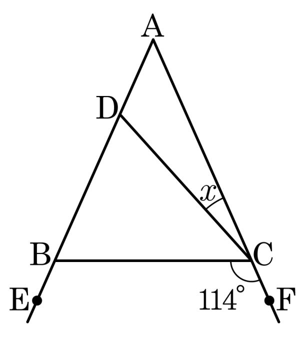
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180^\circ - (2 \times 70^\circ) = 40^\circ$

따라서 $\angle x = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$이다.

6. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 18°　② 24°　③ 30°　④ 36°　⑤ 42°

해설

$\triangle ABC$에서

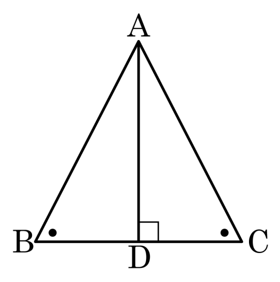
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$이다.

7. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?

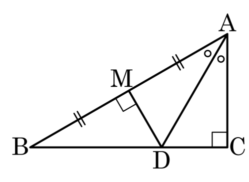


꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉠
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉡
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.
⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설
① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D 에서 만날 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



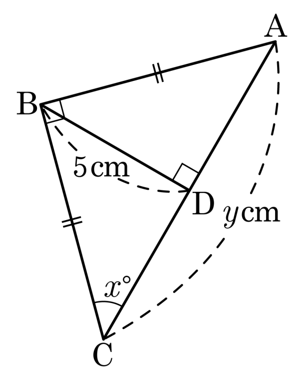
▶ 답: _____ °

▷ 정답: 30°

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle B = \angle MAD$ 이다.
$\angle B + \angle A = 90°$ 이고
$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$ 이므로
$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 D라 하자. 이 때, $x - y$의 값은?



① 30　② 32　③ 35　④ 37　⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

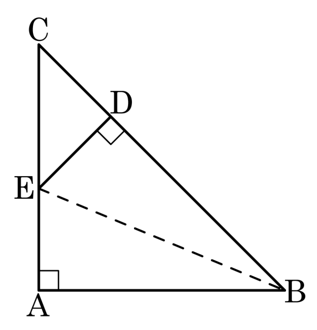
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45°$이므로

$\triangle CBD$는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\,cm$인 이등변삼각형이고, 점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로 $y = 10$

$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$　　② $\angle DBE = \angle ABE$

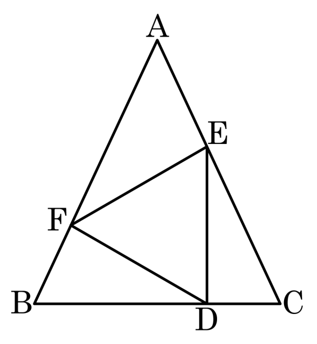
③ $\overline{AE} = \overline{EC}$　　④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)
② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.
④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore$ $\angle DEC = \angle DCE$

11. 다음과 같이 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 에 정삼각형 DEF 가 내접해 있다. $\angle AFE = 35°$, $\angle BDF = 30°$ 일 때, $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle B = \angle C = \angle a$ 라 하면 삼각형의 두 내각의 크기의 합은 다른 한 각의 외각의 크기와 같으므로

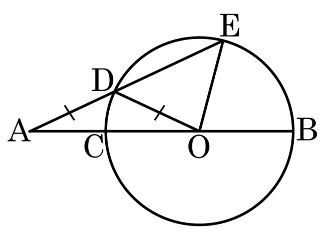
$\triangle BDF$ 에서 $\angle a + 30° = 35° + 60° \quad \therefore \angle a = 65°$

$\triangle CDE$ 에서

$\angle a + \angle DEC = 30° + 60°,\ 65° + \angle DEC = 90°$

$\therefore \angle DEC = 25°$

12. 다음 그림의 원 O 에서 삼각형 AOD 는 $\angle$D 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형이다. 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}} = a : b$ 라 할 때 $a+b$ 를 구하여라.



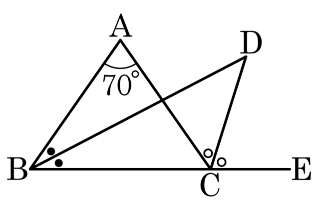
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\angle\mathrm{DAO} = \alpha$ 라고 하면
$\triangle\mathrm{DAO}$ 가 이등변삼각형이므로 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 에 대한 중심각의 크기는 α 이고 $\angle\mathrm{EDO} = 2\alpha$
$\triangle\mathrm{DOE}$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle\mathrm{AEO} = 2\alpha$
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}}$ 에 대한 중심각은 삼각형 AOE 의 외각이므로 그 크기는 $\alpha + 2\alpha = 3\alpha$ 이다.
따라서 호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}} = 1 : 3$
$\therefore\ a + b = 4$

13. $\triangle$ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle$C 의 외각의 이등분선과 $\angle$B 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle$D 의 크기는?



① 32.5°　② 35°　③ 37.5°　④ 40°　⑤ 42.5°

해설

$\triangle$ABC 가 이등변삼각형이므로

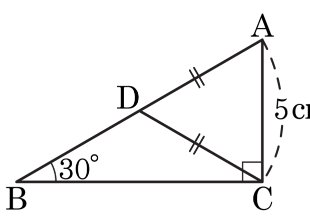
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC)\\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°)\\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°)\\ &= 180° - 145°\\ &= 35°\end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

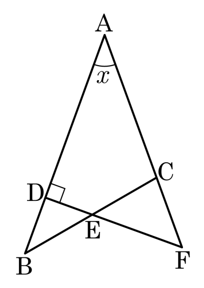


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle BAC = 180° - (90° + 30°) = 60°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$
그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60°$
또 $\angle CDA = 60°$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형
$\angle C = 90°$ 이고 $\angle DCA = 60°$ 이므로
$\angle BCD = 90° - 60° = 30°$
따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AC 연장선 위에 점 F 를 잡아 F 를 지나면서 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선이 변 AB , 변 BC와 만나는 점을 각각 D, E 이라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\angle ECF = \angle x$ 이다.

② $\overline{CE} = \overline{EF}$ 이다.

③ $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이다.

④ $\angle DBE$ 의 크기는 $\angle BED$ 와 항상 같다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 길이는 $\overline{DF}$ 의 길이와 항상 같다.

해설

① $\overline{AC} = \overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \angle ABC = \angle x$
$\angle BCF = 2\angle x = \angle ECF$
②, ③ $\triangle ADF$에서 $\angle AFD = 90° - \angle x$,
$\angle CEF = 180° - (2\angle x + 90° - \angle x) = 90° - \angle x$
따라서 $\triangle CEF$는 이등변삼각형이다.
④ $\triangle BDE$에서 $\angle DBE = \angle x$이고 $\angle BED = 90° - \angle x$이므로
$\angle x = 45°$가 아닐 때에는 다르다.
그러므로 항상 같지는 않다.
⑤ $\triangle ADF$에서 $\angle AFD = 90° - \angle x$이고 $\angle DAF = \angle x$이므로
$\angle x = 45°$가 아닐 때에는 다르다.
그러므로 항상 이등변삼각형인 것은 아니므로 $\overline{AD}$ 의 길이와 $\overline{DF}$의 길이는 항상 같지는 않다.