

1. 180의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$$(1 + 1) \times (2 + 1) \times (a + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

2. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

3. 두 분수 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

4. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ \quad 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

5. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$

$$a + b + c = 9$$

6. 야구장 관람권 36장과 축구장 관람권 45장, 농구장 관람권 54장을 가능한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 한 명이 받게 되는 관람권은 몇 장인지 구하여라.

▶ 답: 장

▷ 정답: 15장

해설

36, 45, 54 의 최대공약수 : 9

∴ $(36 + 45 + 54) \div 9 = 15(\text{장})$

7. 8과 a 가 서로소일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 12

해설

8과 12의 최대공약수는 4이므로 서로소가 아니다.
따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 12이다.

8. 다음 수 중에서 8 과 서로소인 것을 모두 골라라.

2, 3, 4, 5, 6, 7

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 5

▷ 정답: 7

해설

8 과 2 의 최대공약수는 2, 8 과 4 의 최대공약수는 4, 8 과 6 의 최대공약수는 2 이므로 2, 4, 6 은 8 과 서로소가 아니다.
따라서 8 과 서로소인 수는 3, 5, 7 이다.

9. $2^2 \times 5^2 \times a^2$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.
(단, a 는 2, 5 를 제외한 소수이다.)

▶ 답: 개

▷ 정답: 27 개

해설

$$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 27(\text{개})$$

10. 약수가 6 개인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하면?

① 6

② 12

③ 18

④ 24

⑤ 36

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 = 12$

11. 100 이하의 자연수 중 6의 배수이고 동시에 8의 배수도 되는 수를 제외하면 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

6의 배수이면서 8의 배수도 되는 수는 24의 배수이다.

100이하의 자연수 중 24의 배수는 24, 48, 72, 96으로 총 4개이다.

따라서 구하는 수는 $100 - 4 = 96$ 개이다.

12. 안에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$18 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{}$$

$$24 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{} \times \boxed{2} \times \boxed{3}$$

$$\text{최대공약수} : \boxed{2} \times \boxed{}$$

① 2, 1, 2

② 2, 3, 3

③ 3, 1, 2

④ 3, 2, 2

⑤ 3, 2, 3

해설

$$18 \text{의 소인수분해} : 2 \times 3 \times 3$$

$$24 \text{의 소인수분해} : 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{최대공약수} : 2 \times 3$$

13. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수는 12, 최소공배수는 72 일 때, $A + B$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

▷ 정답 : 60

해설

$$A = 12 \times a, B = 12 \times b$$

(a, b 는 서로소, $a > b$) 라 하면

최소공배수는 $12 \times a \times b = 72$ 이다.

$$a \times b = 6$$

$a = 6, b = 1$ 일 때

$A = 72, B = 12, A + B = 84$ 이고,

$a = 3, b = 2$ 일 때

$A = 36, B = 24, A + B = 60$ 이다.

$\therefore 84, 60$

14. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

① $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

② $16 = 4^2$

③ $108 = 2^2 \times 3^3$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②, $16 = 2^4$