

1. 이차방정식 $4x^2 + 2kx + 1 = 0$ (k 는 상수) 은 중근 m 을 갖는다. $m < 0$ 일 때, $m - k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

$$4x^2 + 2kx + 1 = 0 \quad (k \text{ 는 상수})$$

중근을 가지므로 판별식 $\frac{D}{4} = 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 4 = 0 \rightarrow k = \pm 2$$

$$\text{i) } k = 2 \text{ 일 때, } 4x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow (2x + 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ (중근)}$$

$$\text{ii) } k = -2 \text{ 일 때, } 4x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow (2x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ (중근)}$$

따라서 구하는 중근 $m = -\frac{1}{2}$ ($\because m < 0$)

$$\therefore m - k = \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = -\frac{5}{2}$$

2. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

① 33

② 36

③ 42

④ 44

⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$a = 7 \times 2 \times 3 = 42$ 일 때 최소

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a + b = 42 + 36 = 78$$

3. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$