

1. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

2. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내려고 한다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(x-5) &= 4, \quad x^2 - 6x = -1, \\(x-3)^2 &= 8, \quad p = -3, \quad q = 8, \\ \therefore p+q &= -3+8 = 5\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 - x = 6x - 2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
(단, a, b 는 유리수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$x^2 - 7x + 2 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2} \text{ 이다.}$$

따라서 $a = 7, b = 41$ 이므로

$a + b = 48$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 + Ax - 21 = 0$ 의 근이 $x = -7$ 또는 $x = 3$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $-A = -7 + 3 = -4$

$\therefore A = 4$

5. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 고르면?

보기

$$(x+3)(x-2)=0, x^2+4x+3=0$$

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

해설

$(x+3)(x-2)=0$
 $x=-3$ 또는 $x=2$
 $x^2+4x+3=0$
 $(x+3)(x+1)=0$
 $x=-3$ 또는 $x=-1$
따라서 공통근은 -3 이다.

6. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값은?
(단, $m > 0$)

㉠ 1 ㉡ 2 ㉢ 3 ㉣ $\frac{1}{2}$ ㉤ $\frac{1}{3}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left\{ -2(m+1) \times \frac{1}{2} \right\}^2 = 4$$

$$(m+1)^2 = 4$$

$$m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m+3)(m-1) = 0$$

$$\therefore m > 0 \text{ 이므로 } m = 1$$

7. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 근으로 알맞은 것은?

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

- ① $2 \pm \sqrt{2}$ ② $3 \pm \sqrt{2}$ ③ $3 \pm \sqrt{3}$
④ $2 \pm \sqrt{3}$ ⑤ $4 \pm \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x &= -2, x^2 - 4x + 4 = -2 + 4 \\ (x - 2)^2 &= 2 \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① -1 ② 11 ③ 5 ④ -8 ⑤ 10

해설

양변에 12를 곱하면 $9x^2 + 6x - 10 = 0$
근의 공식(깍수 공식)을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+90}}{9} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{11}}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{3}, A = -1, B = 11$$

$$\therefore A + B = -1 + 11 = 10$$

9. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$$\therefore x+y=8 \text{ 또는 } x+y=-2$$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

10. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$

② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (증근)

11. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$
두 근의 곱은 a 이므로
 $\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$

12. $f(x) = (x+1)(x-2)$ 일 때, $f(x) = 4$ 를 만족시키는 x 의 값의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= 4 \\ (x+1)(x-2) &= 4 \\ x^2 - x - 2 - 4 &= 0 \\ x^2 - x - 6 &= 0 \\ (x-3)(x+2) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \text{ 또는 } x = -2 \end{aligned}$$

따라서 x 의 값의 합은 1이다.

13. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $n=5$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $n=9$ 이면 근이 2 개이다.
- ③ $n=4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.
- ④ $n=8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ⑤ $n=14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$$-(x+2)^2 = 5-n, (x+2)^2 = n-5, x = -2 \pm \sqrt{n-5}$$

$$\textcircled{2} \ n=9 \text{ 이면 } x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=-4$$

14. 이차방정식 $x^2 - kx + k - 1 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, 모든 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면
 $\alpha + \alpha + 3 = k, \alpha(\alpha + 3) = k - 1$
 $2\alpha = k - 3, \alpha = \frac{k-3}{2}$ 이므로
 $\frac{k-3}{2} \left(\frac{k-3}{2} + 3 \right) = k - 1$
 $(k-3)(k+3) = 4k - 4$
 $k^2 - 4k - 5 = 0$
 $(k-5)(k+1) = 0$
 $\therefore k = 5, -1$
 $\therefore 5 + (-1) = 4$

15. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 -3 , 8 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 4 , 6 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 12$

해설

$$(x+3)(x-8) = x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x-4)(x-6) = x^2 - 10x + 24 = 0$$

상수항은 -24 , 일차항의 계수는 -10 이므로

$$x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$(x-12)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 12 \text{ 또는 } x = -2$$

16. 두 근이 $\frac{1}{2}$, -1 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식 $2x^2 + mx + n = 0$ 에서 $m + n$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1) = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$m = 1, n = -1$$

$$\therefore m + n = 0$$

17. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, 5$ 일 때, $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{15}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $-a = -3 + 5, a = -2$

$b = -3 \times 5 = -15$

$ax^2 + bx + 5 = 0$ 에 $a = -2, b = -15$ 대입하면

$-2x^2 - 15x + 5 = 0$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-15)}{-2} = -\frac{15}{2}$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로
 $m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로
 $x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면
 $a = -4, b = 0$ 이다.
따라서 $ab = 0$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

따라서 a 값들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
 - ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
 - ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
 - ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
 - ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면
 $\alpha(\alpha - 3) = 40$
 $\alpha = 8$ 또는 $\alpha = -5$
따라서 두 근은 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
두 근의 합은 $13 = 4 - m, m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m, m = 17$
따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

21. 이차방정식 $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 의 두 개의 서로 다른 실수의 근을 p, q 라고 할 때 $p^2 + q^2 = 11$ 을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$p + q = a, pq = -a + 2$$

$$p^2 + q^2 = 11$$

$$(p + q)^2 - 2pq = 11$$

$$a^2 - 2(-a + 2) = 11$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$(a + 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -5, 3$$

한편, $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실수의 근을 가지므로

$$D = (-a)^2 - 4(-a + 2) > 0 \text{ 이다.}$$

$a^2 + 4a - 8 > 0$ 이어야 하는데 -5 는 위 부등식을 만족시키지 않는다.

$$\therefore a = 3$$

22. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 해가 $\frac{5+\sqrt{3}}{2}, \frac{5-\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $p + q, 2p + q$ 를 해로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 8x - 9 = 0$

② $x^2 + 8x - 9 = 0$

③ $x^2 + 8x + 9 = 0$

④ $x^2 + x - 9 = 0$

⑤ $x^2 + x + 9 = 0$

해설

$$\frac{5+\sqrt{3}}{2} + \frac{5-\sqrt{3}}{2} = 5 = -\frac{p}{2}$$

$$\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{11}{2} = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -10, q = 11$$

따라서 $p + q = 1, 2p + q = -9$ 이므로 1 과 -9 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x-1)(x+9) = 0$

$$\therefore x^2 + 8x - 9 = 0$$