

1. 두 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ 의 중심을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 1$

② $y = 2x - 1$

③ $y = -x - 1$

④ $y = -x + 1$

⑤ $y = x + 1$

해설

두 원의 중심은 $(-2, 1)$, $(2, -3)$

$\Rightarrow$ 두 점을 지나는 직선은

$$y = \frac{-3 - 1}{2 - (-2)}(x - 2) - 3$$

$$\rightarrow y = -x - 1$$

2. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(2, 3)$ 을 지나는 원의 넓이는?

① 12π

② 14π

③ 16π

④ 18π

⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 을 변형하면

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 3 \text{ 이므로}$$

원의 중심의 좌표는 $(-2, 1)$

따라서, 중심이 $(-2, 1)$ 이고

반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = r^2 \text{ 이고,}$$

이 원이 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$r = \sqrt{(2+2)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5}$$

따라서, 이 원의 넓이는 $\pi r^2 = 20\pi$

3. 점 (3, 0) 을 지나고 x 축과 직선 $y = x$ 에 동시에 접하는 원의 중심이 제1 사분면 위에 있을 때, 이 원의 반지름의 길이는?

① $-1 + \sqrt{2}$

② $-2 + 2\sqrt{2}$

③ $-3 + 3\sqrt{2}$

④ $-2 + 3\sqrt{2}$

⑤ $-3 + 4\sqrt{2}$

해설

원이 점 (3, 0) 을 지나고 x 축에 접하고,

중심이 제1 사분면 위에 있으므로

구하는 원의 방정식을

$(x - 3)^2 + (y - b)^2 = b^2$ ($b > 0$) 으로 놓을 수 있다.

이때, 이 원과 직선 $y = x$ 도 접하므로

원의 중심 (3, b) 에서

직선 $x - y = 0$ 에 이르는 거리는

원의 반지름의 길이 b 와 같다.

$$\text{즉, } \frac{|3 - b|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = b, |3 - b| = \sqrt{2}b$$

양변을 제곱하면

$$9 - 6b + b^2 = 2b^2, b^2 + 6b - 9 = 0$$

$$\therefore b = -3 \pm 3\sqrt{2}$$

그런데 $b > 0$ 이므로

$$b = -3 + 3\sqrt{2}$$

4. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$

5. 두 점 $A(-3, 0)$, $B(3, 0)$ 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = 20$ 을 만족시키는 점 P 의 자취를 구하면?

① $x = 1$

② $x = 2$

③ $x^2 + y^2 = 1$

④ $x^2 + y^2 = 2$

⑤ $x^2 + y^2 = 4$

해설

점 P 의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$(x+3)^2 + y^2 + (x-3)^2 + y^2 = 20$$

$$2x^2 + 2y^2 = 20$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 5$$