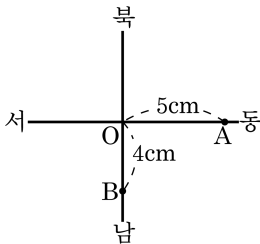


1. 다음의 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 5km, B는 남쪽으로 4km의 지점에 있다. A는 시속 4km로 서쪽으로, B는 시속 2km로 북쪽으로 향해서 동시에 출발했을 때, A와 B의 거리가 가장 짧을 때는 몇 시간 후인가?



- ① 1.4시간 후 ② 1.5시간 후 ③ 1.6시간 후
 ④ 1.7시간 후 ⑤ 1.8시간 후

해설

남북을 y 축, 동서를 x 축으로 하면 최초의 A, B의 위치의 좌표는 $A(5, 0)$, $B(0, -4)$ 이다. 이 때, t 시간 후의 A, B의 좌표는 $A(5-4t, 0)$, $B(0, -4+2t)$ 로 나타낼 수 있다. 따라서 t 시간 후

$$\begin{aligned} \text{의 A, B사이의 거리 } s \text{ 는 } s &= \sqrt{\{0 - (5 - 4t)\}^2 + (-4 + 2t - 0)^2} \\ &= \sqrt{20t^2 - 56t + 41} = \sqrt{20\left(t - \frac{14}{10}\right)^2 + \frac{9}{5}} \end{aligned}$$

s 는 $t = \frac{14}{10}$ 일 때, 최솟값을 갖는다.

2. 중심이 직선 $y = x (x > 0)$ 위에 있고, 점 $(2, 0)$ 을 지나는 원이 있다. 원점에서 이 원 위의 임의의 점까지의 거리의 최대값이 $2\sqrt{2}$ 일 때, 이 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 4$

② $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

③ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$

④ $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 10$

⑤ $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 20$

해설

중심이 직선 $y = x$ 위에 있으므로

중심을 (a, a) 라고 하자.

원은 반지름이 r 이라고 하면,

$$(x - a)^2 + (y - a)^2 = r^2$$

$(2, 0)$ 을 지나므로,

$$(a - 2)^2 + a^2 = r^2$$

거리의 최대값은 원점에서 중심까지의 거리에

반지름만큼 더한 값이므로,

$$2\sqrt{2} = \sqrt{a^2 + a^2} + r = a\sqrt{2} + r$$

$$\therefore r = \sqrt{2} \cdot (2 - a)$$

위의 $(a - 2)^2 + a^2 = r^2$ 에 대입하면

$$\therefore a = 1 \quad \therefore r = \sqrt{2}$$

$$\therefore (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$$