

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 일 때, $\{1, 2\} \subset B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 의 개수는 모두 몇 개인가?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 32 개

해설

집합 B 는 원소 1, 2 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.
 $\{1, 2\} \subset B \subset \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로
집합 B 의 개수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개)

2. 두 집합 $A = \{a - 1, 6, 7\}$, $B = \{a, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$4 \in A$ 이므로 $a - 1 = 4$

$\therefore a = 5$

3. 전체집합 $U = \{c, a, n, d, y\}$ 의 두 부분집합 $A = \{c, a, y\}, B = \{n, d, y\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $A \cap B = \{a, y\}$

㉡ $A - B = \{c, a\}$

㉢ $B - A = \{d\}$

㉣ $A^C = \{n, d\}$

㉤ $B \cap A^C = \{y\}$

㉥ $B^C = \{c, a\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

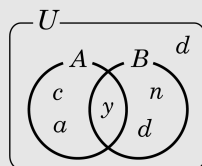
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



㉠ $A \cap B = \{y\}$

㉡ $A - B = \{c, a\}$

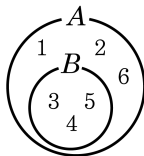
㉢ $B - A = \{n, d\}$

㉣ $A^C = \{n, d\}$

㉤ $B \cap A^C = \{n, d\}$

㉥ $B^C = \{c, a\}$

4. 다음과 같이 두 집합 A , B 가 오른쪽 벤 다이어그램과 같을 때, 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

- ㉠ $\{1, 5\} \subset B$ ㉡ $\emptyset \subset B$
 ㉢ $\{4, 6\} \subset A$ ㉣ $6 \subset A$
 ㉤ $\{3, 4, 5\} \in B$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $\{1, 5\} \not\subset B$
 ㉢ $6 \in A$
 ㉤ $\{3, 4, 5\} \subset B$

5. 다음 중 두 집합이 서로 같지 않은 것은?

① $\{1, 2\}$ 와 $\{2, 1\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 와 $\{1, 2, 4, 8\}$

③ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$ 와 $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$

④ $\{9, 11, 13, \dots\}$ 와 $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 큰 홀수}\}$

⑤ $\{\text{과학, 수학}\}$ 과 $\{x \mid x \text{는 학교에서 배우는 과목}\}$

해설

① $\{1, 2\} = \{2, 1\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\}$

③ $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 큰 홀수}\} = \{9, 11, 13, \dots\}$

⑤ $\{\text{과학, 수학}\} \subset \{x \mid x \text{는 학교에서 배우는 과목}\}$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, A 의 진부분집합을 모두 구한 것은?

① $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}$

② $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}$

③ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 4, 6\}$

④ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

⑤ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$

해설

$$A = \{2, 4, 6\}$$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합 :

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 진부분집합 :

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$ 이므로 ⑤이다.

7. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 의 부분집합 중 원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

원소 a 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 a, b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-2} = 2 \text{ (개)}$$

원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$4 + 4 - 2 = 6 \text{ (개)}$$

8. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $U = A \cup B$, $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$ 일 때,
 $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$$

$$B = \{1, 5, 25\}$$

$$A \cap B = \{1, 5\}$$

9. 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 $A - (B - C)$ 와 같은 집합은?

① $(A - B) - (A - C)$

② $(A - B) \cap (A - C)$

③ $(A - B) \cup (A - C^c)$

④ $(A \cap B) \cup (A - C)$

⑤ $(A \cup B) - (A \cup C)$

해설

$$\begin{aligned} A - (B - C) &= A \cap (B - C)^c \\ &= A \cap (B \cap C^c)^c \\ &= A \cap (B^c \cup (C^c)^c) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap (C^c)^c) \\ &= (A - B) \cup (A - C^c) \end{aligned}$$

10. 현정이네 반 학생 35 명 중 야구만 잘하는 학생은 12 명, 축구만 잘하는 학생은 13 명이고, 둘 다 못하는 학생은 4 명이다. 야구와 축구를 모두 잘하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 6 명

해설

현정이네 반 학생 전체의 집합을 U , 야구를 잘하는 학생들의 집합을 A , 축구를 잘하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A - B) = 12,$$

$$n(B - A) = 13, n((A \cup B)^c) = 4$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$31 = 12 + 13 + n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 6$$

11. 다음 <보기1>의 명제와 <보기2>의 명제가 서로 밀접한 관계가 있는 것끼리 옳게 짝지어진 것을 고르면?

보기1

- I. 임의의 집합 A, B 에 대해 항상 성립한다.
II. $A \subset B$ 와 동치이다.
III. $A \cap B = \emptyset$ 와 동치이다.

보기2

- 가. $A \cap (A \cup B) = A$
나. $A \cap B = A$
다. $A \cap B^c = A$

- ① I-가, II-나, III-다 ② I-가, II-다, III-나
③ I-나, II-가, III-다 ④ I-나, II-다, III-가
⑤ I-다, II-가, III-나

해설

- I. 임의의 집합 A, B 에 대하여 $A \subset (A \cup B)$
 $\therefore A \cap (A \cup B) = A$
따라서 I-가
II. $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$ 따라서, II-나
III. $A \cap B^c = A \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ 따라서, III-다

12. $p : |x - 1| \leq h$, $q : |x + 2| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다’ 가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값은? (단, $h \geq 0$)

① 4

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

조건 p 의 진리집합을 P 라 하면

$|x - 1| \leq h$ 에서 $-h \leq x - 1 \leq h$ 이므로

$$-h + 1 \leq x \leq h + 1$$

또 조건 q 의 진리집합을 Q 라 하면

$|x + 2| \leq 7$ 에서 $-7 \leq x + 2 \leq 7$ 이므로

$$-9 \leq x \leq 5$$

$P \subset Q$ 이어야 하므로

$$-h + 1 \geq -9 \text{ 에서}$$

$$h \leq 10$$

$$h + 1 \leq 5 \text{ 에서 } h \leq 4$$

따라서 $0 \leq h \leq 4$ 이므로 h 의 최댓값은 4

13. 다음 보기의 안에 알맞은 것을 차례로 적으면?

보기

㉠ 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 인 것은 $A = B$ 이기 위한 조건이다.

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ 은 $x = y = 0$ 이기 위한 조건이다.

① 충분, 필요

② 필요, 충분

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 필요

⑤ 필요충분, 필요충분

해설

㉠ $A \cup C = B \cup C$ $A = B$ <반례> $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{1, 2\}$

$\therefore$ 필요조건

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0, (x - y)^2 = 0$ 이므로 $x = y$
 $x = y = 0$

$\therefore$ 필요조건 [반례] $x = 1, y = 1$

14. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것을 모두 고른 것은? (단, x, y 는 임의의 실수)

㉠ $p : x^2 \leq 0 \quad q : x = 0$

㉡ $p : x^2 + y^2 = 0 \quad q : xy = 0$

㉢ $p : a, b$ 는 유리수 $q : a + b, ab$ 는 유리수

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 필요충분조건이다. ($\because x$ 가 실수이다.)

㉡ $q \Rightarrow p$ (반례) : $x = 0, y = 1 \therefore$ 충분조건이다

㉢ $q \Rightarrow p$ (반례) : $a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$

$\therefore$ 충분조건이다.

15. 실수 x 에 대하여 $|x-1| < a$ 가 $-2 < x < 6$ 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$|x-1| < a \rightarrow -a+1 < x < a+1, -a+1 < x < a+1 \circ | -2 < x < 6$
범위 안에 포함되어야 한다.

$$-2 \leq -a+1 \rightarrow a \leq 3, a+1 \leq 6 \rightarrow a \leq 5 \therefore a \leq 3$$

16. 전체집합 U 에 대하여 두 집합이 $A = \{x \mid x > 3\}$, $B = \{x \mid x \leq -1\}$ 일 때, 주어진 조건 또는 명제를 집합으로 바르게 표현한 것은?

① 조건: $x < 3$, 집합표현: A^c

② 조건: $x \geq -1$, 집합표현: B^c

③ 조건: $-1 < x \leq 3$, 집합표현: $(A \cap B)^c$

④ 명제: $x > 3 \rightarrow x > -1$, 집합표현: $A \subset B^c$

⑤ 조건: $x \leq 3$ 또는 $x > -1$, 집합표현: $(A \cup B)^c$

해설

① A^c 은 $x \leq 3$ 이다.

② B^c 은 $x > -1$ 이다.

③ $(A \cap B)^c$ 에서 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 $(A \cap B)^c$ 은 전체집합 U 이다.

⑤ $(A \cup B)^c$ 은 $-1 < x \leq 3$ 이다.

17. 세 조건 p, q, r 에 대하여 q 는 p 의 필요조건, q 는 r 의 충분조건이고 r 는 p 의 충분조건이다. 이 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요충분조건

해설

q 는 p 의 필요조건이므로 $p \Rightarrow q \dots\dots \textcircled{㉠}$

q 는 r 의 충분조건이므로 $q \Rightarrow r \dots\dots \textcircled{㉡}$

r 는 p 의 충분조건이므로 $r \Rightarrow p \dots\dots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로

$p \Rightarrow r \dots\dots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣}$ 에서 $r \Rightarrow p, p \Rightarrow r$ 이므로 $r \leftrightarrow p$ 이다.

$\therefore$ 필요충분조건

18. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

해설

① $|a| = a(a \geq 0)$

$-a(a < 0)$

② 참

③ 참

④ $(|a + b + c|)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

$(|a| + |b| + |c|)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(|a||b| + |b||c| + |c||a|)$

$|a||b| \geq ab$, $|b||c| \geq bc$, $|c||a| \geq ca$

$\therefore |a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(|a| - |b|)^2 = a^2 - 2|a||b| + b^2$ ($\because |a||b| \geq ab$)

$\therefore |a - b| \geq |a| - |b|$

19. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{1, 5\}) = 3$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

⑤ $n(\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}) = n(\{x \mid x \text{는 } 14 \text{의 약수}\})$

해설

① $3 - 2 = 1$

② 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 일 때,
 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$ 이다.

④ 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때,
 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.

⑤ $n(\{1, 2, 5, 10\}) = 4$, $n(\{1, 2, 7, 14\}) = 4$

20. 집합 $A = \{1, 2\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

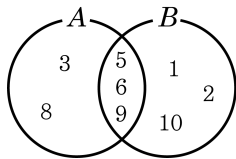
집합 A 의 부분집합의 개수는

$2^2 = 4$ (개) 이므로 $n(B) = 4$ 이다.

따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는

$2^{n(B)} = 2^4 = 16$ (개) 이다.

21. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cap B$ 의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에 속하는 원소들이다.

그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cap B = \{5, 6, 9\}$ 이다.

$A \cap B$ 의 원소의 합은 $5 + 6 + 9 = 20$ 이다.

22. $A = \{\emptyset, \{a\}, b, \{c, d\}, e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{a\} \in A$

② $\emptyset \in A$

③ $\{c, d\} \subset A$

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{b, e\} \subset A$

해설

③ $\{c, d\} \in A$