

1. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x+0.5 < 0.2x+1 \end{cases}$ 의 해는?

- ① $-3 < x < 3$ ② $x < -3$ ③ $x > 3$

- ④ 해가 없다. ⑤ $-3 < x < 5$

해설

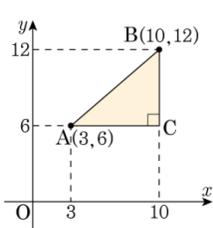
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x+0.5 < 0.2x+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-1 > 2 \\ 7x+5 < 2x+10 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 5x < 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$



따라서 해가 없다.

2. 다음 좌표 평면 위의 두 점 A(3,6), B(10,12) 사이의 거리를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 구하여라.



$$\begin{aligned}
 &(\text{두 점 A, B 사이의 거리}) = \overline{AB} \\
 \overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 \\
 &= (10-3)^2 + (12-6)^2 \\
 &= 49 + 36 \\
 &= 85 \\
 \therefore \overline{AB} &= \square
 \end{aligned}$$

- ① $3\sqrt{5}$ ② 6 ③ $6\sqrt{7}$ ④ 8 ⑤ $\sqrt{85}$

해설

$$\begin{aligned}
 &(\text{두 점 A, B 사이의 거리}) = \overline{AB} \\
 \overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 \\
 &= (10-3)^2 + (12-6)^2 \\
 &= 49 + 36 = 85
 \end{aligned}$$

3. 세 점 A(2, 4), B(-2, 0), C(3, 2)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는?

- ① (0, 1) ② (1, 1) ③ (1, 2) ④ (2, 1) ⑤ (0, 1)

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

$$\left(\frac{2 + (-2) + 3}{3}, \frac{4 + 0 + 2}{3} \right) = (1, 2)$$

4. $A = \{x \mid x \text{는 } 14 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> ㉠ $2 \in A$ | <input type="checkbox"/> ㉡ $\{14\} \in A$ |
| <input type="checkbox"/> ㉢ $\{4\} \in A$ | <input type="checkbox"/> ㉣ $\emptyset \subset A$ |
| <input type="checkbox"/> ㉤ $n(A) = 4$ | <input type="checkbox"/> ㉥ $\{1, 2, 7, 12, 14\} \not\subset A$ |

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$A = \{1, 2, 7, 14\}$ 이므로
㉡ $\{14\} \subset A$
㉢ $\{4\} \notin A$
㉥ $\{1, 2, 7, 12, 14\} \supset A$ 이어야 한다.

5. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수는?

- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

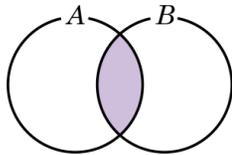
$A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

전체 부분집합의 개수 : $2^5 = 32$

공집합을 제외한 부분집합의 개수 : $32 - 1 = 31$

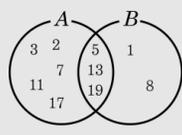
6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은 ?



- ① $\{5, 13\}$ ② $\{5, 19\}$ ③ $\{5, 13, 19\}$
 ④ $\{1, 5, 13\}$ ⑤ $\{1, 5, 13, 19\}$

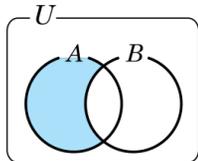
해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.
 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{5, 13, 19\}$ 이다.

7. 다음 중에서 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 집합으로 옳게 표현한 것은?



- ① A^c ② $B - A$ ③ $U - A$
 ④ $B \cap A^c$ ⑤ $A \cap B^c$

해설

①, ③ U

②, ④ U

8. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 을 계산하면 $a+b\sqrt{c}$ 가 된다. 이때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 5-2\sqrt{6}$$

$$a=5, b=-2, c=6$$

$$\therefore a+b+c=9$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 < x+3 & \dots \textcircled{A} \\ 4-x < 5 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b-a$

의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$\textcircled{A} : x < 2$

$\textcircled{B} : x > -1$

공통범위를 구하면, $-1 < x < 2$

따라서 $a = -1$, $b = 2$ 이므로

$b - a = 2 - (-1) = 3$ 이다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ㉠ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
- ㉡ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
- ㉢ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
- ㉣ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
- ㉤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \quad \dots \text{㉠} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \dots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠ } (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\text{㉡ } (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

11. 두 점 $A(-1, -2), B(2, 4)$ 에 대하여 \overline{AB} 를 1:2 로 내분하는 점을 P, 1:2 로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

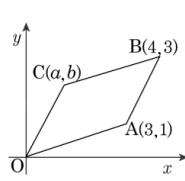
내분점, 외분점 구하는 공식을 이용한다.

$$P = \left(\frac{1 \times 2 + 2 \times (-1)}{3}, \frac{1 \times 4 + 2 \times (-2)}{3} \right) = (0, 0)$$

$$Q = \left(\frac{1 \times 2 - 2 \times (-1)}{1 - 2}, \frac{1 \times 4 - 2 \times (-2)}{1 - 2} \right) = (-4, -8)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$$

12. 다음 그림과 같이 네 점 A(3, 1), B(4, 3), C(a, b), O(0, 0)을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 OABC에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 OABC에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

13. 세 점 A(1, 4), B(-1, 2), C(4, a)가 일직선위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하면?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

세 점이 일직선 위에 있으면 기울기가 일치한다.

$$\frac{2-4}{-1-1} = \frac{a-2}{4-(-1)}$$

$$\Rightarrow \therefore a = 7$$

14. 두 직선 $y = x + 1, y = -2x + 4$ 의 교점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ② $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ③ $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

$y = x + 1 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$
 $y = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ 에서
두 직선의 교점을 지나는 방정식은
 $(x - y + 1) + k(2x + y - 4) = 0 \dots\dots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $(-1 - 3 + 1) + k \cdot \{2 \cdot (-1) + 3 - 4\} = 0$
 $\therefore k = -1$
따라서, $k = -1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

15. A(2, 0), B(0, 2)에서의 거리의 제곱의 합이 12인 점 P(x, y)의 자취를 나타내는 식은?

① $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 2$

② $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 2$

③ $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

④ $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

⑤ $x^2 + y^2 + x - y = 2$

해설

$$(\overline{PA})^2 = (x-2)^2 + y^2$$

$$(\overline{PB})^2 = x^2 + (y-2)^2$$

$$\therefore (x-2)^2 + y^2 + x^2 + (y-2)^2 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$$

16. 두 점 A(1, 2), B(-1, 4)를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$ ② $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$

③ $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ ④ $x^2 + (y-3)^2 = 2$

⑤ $x^2 + y^2 = 2$

해설

$$\text{원의 중심} : \left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{2+4}{2} \right) = (0, 3)$$

$$\text{반지름} : \frac{\sqrt{2^2 + 2^2}}{2}$$

$$\therefore \text{원의 방정식} : x^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{2})^2$$

17. 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$ 이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 이므로 $x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$
 $\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$
 $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$
 $\therefore a = 2, b = -6, c = 6$
따라서, 구하는 a, b, c 의 값의 합은 $2 + (-6) + 6 = 2$

18. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 10x - 5, g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합 X 의 개수는 몇 개인가?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서
 $3x^2 - 12x - 15 = 0, 3(x^2 - 4x - 5) = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5, -1$
즉, $x = 5$ 또는 $x = -1$ 일 때 $f(x) = g(x)$ 이다.
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

19. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$ 가 있다. X 에서 Y 로의 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 64개

해설

$a \rightarrow \square$, $b \rightarrow \square$, $c \rightarrow \square$

Y 의 원소 p, q, r, s 에서 세 개를 뽑아 위 \square 안에 넣어 놓는 방법의 수를 구하는 것이다.

이 때 세 개의 수는 모두 같거나,

두 개만 같거나 모두 달라도 좋다.

따라서 a 에는 p, q, r, s 의 4가지,

b 에는 a 에 온 수가 와도 좋으므로 역시 4가지,

마찬가지로 c 에는 a, b 에 온 수가

와도 좋으므로 4가지씩이 있다.

$\therefore 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64(\text{개})$

20. 함수 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

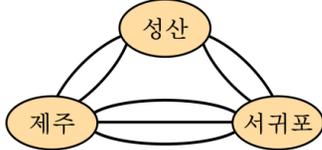
$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3, n = 1$

$$m + n = 4$$

21. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



- ① 6 ② 8 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$(2 \times 2) \times 3 = 12$$

∴ 12 가지

23. 부등식 $-x < x^2 < 2x + 1$ 의 해를 구하면?

① $x < -1$ 또는 $x > 0$

② $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$

③ $0 < x < 1 + \sqrt{2}$

④ $-1 < x < 0$

⑤ $x < -\sqrt{2}$
또는 $x > 1 + \sqrt{2}$

해설

$$-x < x^2 < 2x + 1$$

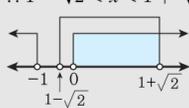
$$\begin{cases} -x < x^2 & \dots \textcircled{1} \\ x^2 < 2x + 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 0 < x^2 + x, \quad x(x+1) > 0$$

$$\therefore x < -1 \text{ 또는 } x > 0$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 2x - 1 < 0,$$

$$\therefore 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$$



두 부등식의 공통부분은

$$\therefore 0 < x < 1 + \sqrt{2}$$

24. 집합 S 는 다음 조건을 만족한다고 한다.

- (i) $2 \notin S$, $a \in S$ 이면 $\frac{1}{2-a} \in S$
(ii) 3은 집합 S 의 원소이다.

이때, 집합 S 의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$3 \in S$ 이므로 조건에 대입하면

$\frac{1}{2-3} \in S$ 에서 $-1 \in S$ 이다.

또 $\frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \in S$ 이고,

다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{1}{3}} = \frac{3}{5} \in S$

또 다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{3}{5}} = \frac{5}{7} \in S, \dots$

계속하면 $\frac{2n-1}{2n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 꼴의 수만 나타난다.

25. 두 집합 $A = \{1, 3, a, 8\}$, $B = \{b-1, 7, 1, 3\}$ 에서 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

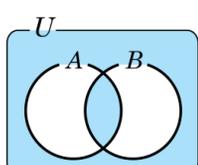
해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$

$a = 7, b - 1 = 8$

$\therefore a = 7, b = 9$

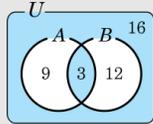
26. 다음과 같은 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40, n(A) = 12, n(B) = 15, n(A \cap B^c) = 9$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 $3 + 16 = 19$ 이다.



27. 두 함수 $f(x) = x + k$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하도록 상수 k 의 값을 정하여라.

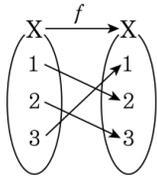
▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f \circ g = g \circ f$ 에서 $x^2 + 1 + k = x^2 + 2kx + k^2 + 1$
즉 $2kx + k^2 - k = 0$
모든 x 에 대하여 성립하므로 $k = 0$

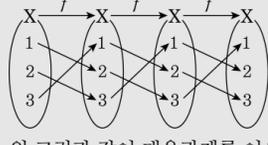
28. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 다음과 같이 정의한다.



$f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)라 할 때, $f^{100}(1) - f^{200}(3)$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설



위 그림과 같이 대응관계를 이용하여 합성함수의 값을 구하면

$$f^3(1) = f(f(f(1))) = f(f(2)) = f(3) = 1$$

같은 방법으로 $f^3(2) = 2$, $f^3(3) = 3$ 이다.

$\therefore f^3(x) = x$ 이므로

$$f^{100}(x) = (f^{3 \cdot 33} \circ f)(x) = f(x),$$

$$f^{200}(x) = (f^{3 \cdot 66} \circ f^2)(x) = f^2(x)$$

$$\therefore f^{100}(1) = f(1) = 2, f^{200}(3) = f^2(3) = f(f(3)) = f(1) = 2$$

$$\therefore f^{100}(1) - f^{200}(3) = 2 - 2 = 0$$

29. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7}$ 를 만족할 때, $\frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 정수)이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7} = k \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow x+y=5k, y+z=6k, z+x=7k$$

세 식을 모두 더하여 정리하면 $x+y+z=9k$

다시 식에 대입하면 $x=3k, y=2k, z=4k$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2} \\ &= \frac{25k^2 - 16k^2}{9k^2 - 4k^2 + 16k^2} = \frac{3}{7}\end{aligned}$$

$$\therefore m=7, n=3$$

$$\therefore m+n=10$$

30. $(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$, $(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 33

해설

$$(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2} + 1}{-\sqrt{2} + 1} = -3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = -4\sqrt{2}, \quad xy = -1$$

$$\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= (x + y)^2 - xy \\ &= (-4\sqrt{2})^2 - (-1) = 33 \end{aligned}$$

31. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 12 가지

해설

$${}_4P_2 = 12$$

32. 서로 다른 15 종류의 꽃이 있다. 5개씩 세 사람에게 나누어 주는 방법은 몇 가지인가?

① ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5$

② ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!}$

③ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times 3!$

④ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3!$

⑤ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5$

해설

5개씩 3 뭉치로 나누고 다시 세 사람에게 나누어 주므로

$${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 756756 \text{ (가지)}$$

33. 세 변의 길이가 x , $x+1$, $x+2$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되는 x 의 범위가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x > 0 \dots\dots \text{㉠}$
 $x+2$ 가 최대변이므로
 $x+2 < (x+1) + x \quad \therefore x > 1 \dots\dots \text{㉡}$
둔각삼각형이 되는 조건은
 $(x+2)^2 > (x+1)^2 + x^2$
 $\therefore -1 < x < 3 \dots\dots \text{㉢}$
㉠, ㉡, ㉢에서 공통범위를 구하면
 $1 < x < 3$
 $\therefore \alpha = 1, \beta = 3$
 $\therefore \alpha + \beta = 4$

34. 세 꼭짓점이 A(1, 3), B(p, 3), C(1, q)인 $\triangle ABC$ 의 외심의 좌표가 (2, 1)일 때 pq 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $pq = -3$

해설

$$(2-1)^2 + (1-3)^2 = (2-p)^2 + (1-3)^2 \text{에서 } (p-2)^2 = 1$$

$$\therefore p = 1, 3$$

그런데 $p = 1$ 일 때 점 A, B가 일치하므로 $p \neq 1 \therefore p = 3$

$$(2-1)^2 + (1-3)^2 = (2-1)^2 + (1-q)^2 \text{에서 } (q-1)^2 = 4$$

$$\therefore q = 3, -1$$

그런데 $q = 3$ 일 때 점 A, C가 일치하므로 $q \neq 3$

$$\therefore pq = 3 \times (-1) = -3$$

35. 두 점 A(4,1), B(5,1)을 직선 $x-y+1=0$ 에 대하여 대칭이동시킨 점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이는?

- ① 3 ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 9 ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

점 A(4,1)의 대칭점을 C(a,b)라 하면 \overline{AC} 의 중점

$M\left(\frac{a+4}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$ 이 직선 $x-y+1=0$ 위에 있으므로 대입하면

$$\frac{a+4}{2} - \frac{b+1}{2} + 1 = 0$$

$$\therefore a - b + 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

또 직선 AC는 직선 $x-y+1=0$ 에 수직이므로

$$\frac{b-1}{a-4} \times 1 = -1$$

$$\therefore a + b - 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면 $a=0, b=5$

$\therefore C(0,5)$

같은 방법으로 점 B(5,1)의 대칭점 D(0,6)이다.

따라서 사각형 ABCD의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = \frac{9}{2}$

36. 집합 $A = \{2, 4, 6, \{4, 6\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- | | | |
|---|---|--------------------------------------|
| $\textcircled{\text{A}} 1 \in A$ | $\textcircled{\text{B}} \{2, 4\} \subset A$ | $\textcircled{\text{C}} \{4\} \in A$ |
| $\textcircled{\text{D}} \{4, 6\} \in A$ | $\textcircled{\text{E}} n(A) = 5$ | |

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\textcircled{\text{A}}$

▷ 정답: $\textcircled{\text{E}}$

▷ 정답: $\textcircled{\text{E}}$

해설

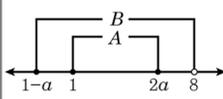
- $\textcircled{\text{A}} 1 \notin A$
- $\textcircled{\text{B}} \{4\} \subset A$
- $\textcircled{\text{C}} \{4, 6\}$ 은 집합 A 의 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$ 이다.

37. 집합 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 2a\}$, $B = \{x \mid 1-a \leq x < 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B = A \Rightarrow A \subset B$
 $\therefore 1-a \leq 1$ 그리고 $2a < 8$
 $\Rightarrow 0 \leq a < 4$, $a = 0, 1, 2, 3$
따라서 정수 a 의 개수는 4개이다.



38. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-3} 개이다.

$$2^{n-3} = 32, \quad 2^{n-3} = 2^5$$

$$n-3 = 5 \text{ 이므로 } n = 8$$

40. 함수 $f(x) = 2x - 5$ 의 역함수를 $y = f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-3)$ 의 값은 얼마인가?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$f(x) = y = 2x - 5$ 에서 x 와 y 를 바꾸면 $x = 2y - 5$

$x = 2y - 5$ 를 y 에 대하여 정리하면

$$y = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(-3) = 1$$

[다른풀이] $f^{-1}(-3) = a$ 로 놓으면

$$f(a) = -3 \text{ 에서 } f(a) = 2a - 5 = -3, 2a = 2$$

$$\therefore a = f^{-1}(-3) = 1$$