

1. 다음 보기 중 집합은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리나라의 놀이공원의 모임
- ㉡ 머리가 긴 가수들의 모임
- ㉢ 10에 가까운 수들의 모임
- ㉣ 큰 자동차들의 모임
- ㉤ 1보다 작은 자연수의 모임
- ㉥ 6의 배수의 모임

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘긴’이라는 단어가 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘가까운’이라는 단어는 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘큰’이라는 단어는 사람에 따라 그 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

2. 집합 $A = \{0, 1, \emptyset, \{0, 1\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0 \subset A$

② $\emptyset \in A$

③ $\emptyset \subset A$

④ $\{0, 1\} \in A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

0은 A 의 원소이므로 기호 $\in$ 를 사용해야 한다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $a \notin \{a, b\}$
- ② $\emptyset \subset \{3\}$
- ③ $\{a, b\} \subset \{a, b\}$
- ④ $4 \subset \{1, 2, 4\}$
- ⑤ $\emptyset \in \{0\}$

해설

- ① $a \in \{a, b\}$
- ④ $4 \in \{1, 2, 4\}$
- ⑤ $\emptyset \subset \{0\}$

4. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 인 것은?

① $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$

② $A = \emptyset, B = \{0\}$

③ $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$

④ $A = \{0, 1\}, B = \{0, 1, 2\}$

⑤ $A = \{5, 10, 15, 20, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

① $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $B \subset A, A \not\subset B$

② $A = \emptyset, B = \{0\}$ 이므로 $A \subset B, B \not\subset A$

③ $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$ 이므로 포함 관계 없음.

④ $A = \{0, 1\}, B = \{0, 1, 2\}$ 이므로 $A \subset B, B \not\subset A$

⑤ $A = \{5, 10, 15, 20, \dots\},$
 $B = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$ 이므로 $A = B$

5. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 양의 약수}\}$ 일 때, 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ① $A \subset B \subset C$ ② $B \subset A \subset C$ ③ $B \subset C \subset A$
④ $C \subset A \subset B$ ⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 $B = \{1, 3\}$ 이고, $C = \{1, 2, 3, 6\}$

따라서 집합 A, B, C 의 포함 관계는 $B \subset A \subset C$ 이다.

6. 다음 중 집합의 원소가 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{0\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 4\text{의 약수 중 홀수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 3 \times x = 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 11 < x < 12 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{0\}$
- ② $\{1\}$
- ⑤ $\{1\}$

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 짝수로만 이루어진 부분집합이 아닌 것은?
- ① $\emptyset$ ② $\{2\}$ ③ $\{2, 4\}$
④ $\{4, 8\}$ ⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$
이 중 짝수로만 이루어진 $\{2, 4, 8\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면
원소가 0 개인 부분집합 : $\emptyset$
원소가 1 개인 부분집합 : $\{2\}, \{4\}, \{8\}$
원소가 2 개인 부분집합 : $\{2, 4\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}$
원소가 3 개인 부분집합 : $\{2, 4, 8\}$
이고, 이 중 원소가 0 개인 부분집합은 짝수가 한 개도 포함되어 있지 않으므로 원소가 짝수로만 이루어진 부분집합이 아니다.

8. $\{2, 3\} \subset X \subset \{2, 3, 5, 7\}$ 이고 원소의 개수가 4 개인 집합 X 의 원소들의 합은?

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$\{2, 3\} \subset X \subset \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로
원소로 2, 3을 포함하는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 4개인 집합을 구하면 된다.
원소 2, 3을 제외한 $\{5, 7\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{5\}, \{7\}, \{5, 7\}$ 의 4개가 있으므로, 원소 2, 3을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합에는 $\{2, 3\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 이 있다. 이 중 원소의 개수가 4개인 것은 $\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2+3+5+7=17$ 이다.

9. 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라.

① 12개 ② 24개 ③ 28개 ④ 32개 ⑤ 64개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 홀수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 4로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.
 $\therefore 32 - 4 = 28$ (개)

10. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수가 32개일 때, n 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

집합 A 의 원소의 개수는 n 개 이므로 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수는

$$2^{n-2} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 7$$

11. 두 집합 $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 집합 C 가 다음을 만족할 때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

$C = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$

- ① $\{1, 3\}$

② $\{1, 3, 5\}$

③ $\{1, 3, 5, 7\}$

④ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

해설

$0+1=1, 0+3=3, 0+5=5, 2+1=3, 2+3=5, 2+5=7, 4+1=5, 4+3=7, 4+5=9$ 이므로 $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이다.

12. 다음을 만족하는 집합을 조건제시법으로 알맞게 나타내지 않은 것을 고르면?

3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어져있다.
원소들은 각각 2 개의 약수만을 가진 수이다.
원소는 10 미만의 자연수이다.

- ① $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 미만의 소수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 소수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 소수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 소수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 소수}\}$

해설

3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어진 집합이므로 원소의 개수는 4 개임을 알 수 있다.
원소들은 각각 2 개의 약수만을 가지므로 소수임을 알 수 있다.
원소는 10 미만의 소수이므로 {2, 3, 5, 7} 임을 알 수 있다.
① $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\}$
② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$
③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$
④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 적어도 하나의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 4개 ② 8개 ③ 12개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

‘적어도~’ 문제는 반대의 경우를 구하여 전체 경우의 수에서 빼준다.

모든 부분집합의 수 : 2^5 개 홀수만 가지고 만들 수 있는 부분집합

수 $\Rightarrow \{1, 3, 5\}$ 의 부분집합 수 : 2^3 개

$\therefore 32 - 8 = 24(\text{개})$

14. 주사위 A, B 두 개를 던져서 나올 수 있는 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

- ① 6
- ② 12
- ③ 24
- ④ 30
- ⑤ 36

해설

$A = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33$
 $\cdots 64, 65, 66\}$
 $n(A) = 36$

15. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\emptyset \in 2^A$

② $\emptyset \subset 2^A$

③

$\{\emptyset\} \in 2^A$
- ④ $\{\emptyset\} \subset 2^A$

⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다.
집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.
따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.
③ $\{\emptyset\} \notin 2^A$