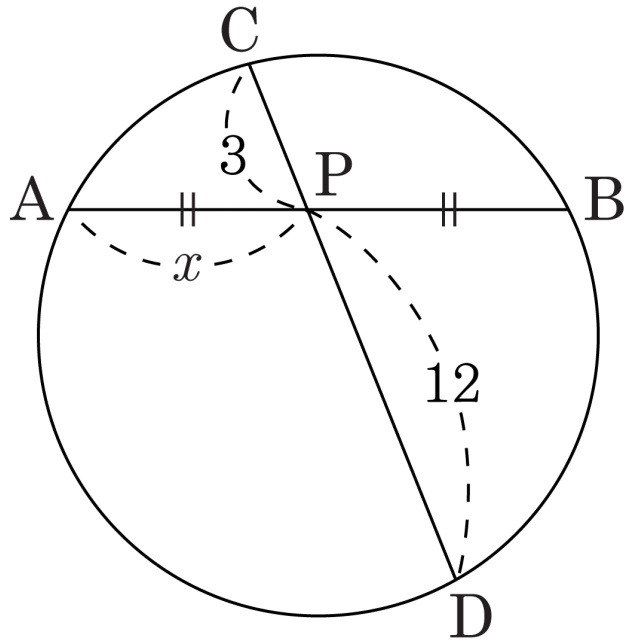
1. 다음 그림에서 x 의 값은?



① 4 ② 4.5 ③ 5

④ 5.5 ⑤ 6

해설

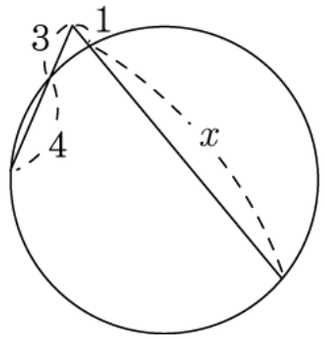
$x \times x = 3 \times 12$

$x^2 = 36$

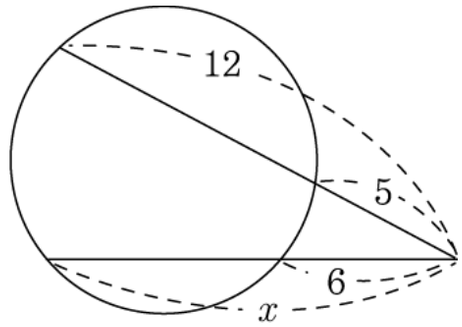
$\therefore x = 6 (\because x > 0)$

2. 다음 그림을 참고할 때, x 의 값을 바르게 짝지은 것은?

(1)



(2)



① (1)20, (2)10 ② (1)20, (2)12 ③ (1)21, (2)13

④ (1)12, (2)12 ⑤ (1)12, (2)11

해설

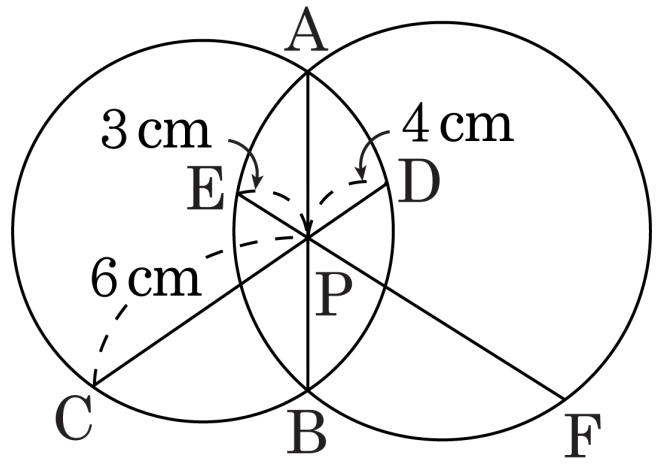
(1) $1(1+x) = 3 \times 7,\ 1+x = 21$

$\therefore x = 20$

(2) $5 \times 12 = 6x,\ 6x = 60$

$\therefore x = 10$

3. 다음 그림에서 $\overline{PC} = 6cm, \overline{PD} = 4cm, \overline{PE} = 3cm$ 일 때, $\overline{PF}$ 의 길이는?



① $\frac{13}{2}cm$ ② $7cm$

③ $\frac{15}{2}cm$ ④ $8cm$

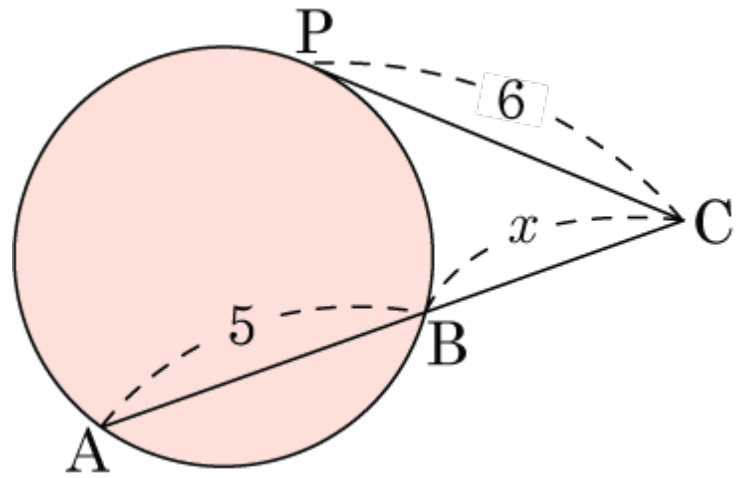
⑤ $\frac{17}{2}cm$

해설

$\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$이므로

$6 \times 4 = 3 \times \overline{PF}, \overline{PF} = \frac{24}{3} = 8\,(cm)$

4. 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{PC}$ 는 접선이다.)



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{PC}^2 = \overline{BC} \times \overline{AC}$

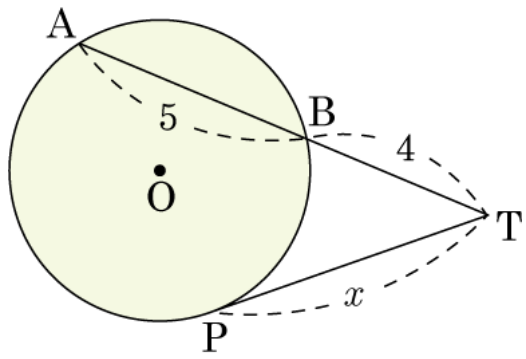
$36 = \overline{BC}(\overline{BC} + 5)$

$\overline{BC}^2 + 5\overline{BC} - 36 = 0$

$(\overline{BC} + 9)(\overline{BC} - 4) = 0$

$\therefore \overline{BC} = 4$

5. 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{PT}$ 는 접선이다.)



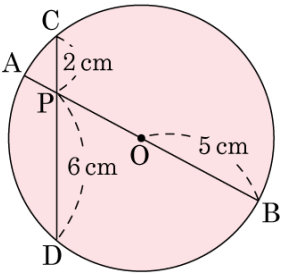
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x^2 = 4 \times (4+5) = 36$

$\therefore x = 6$

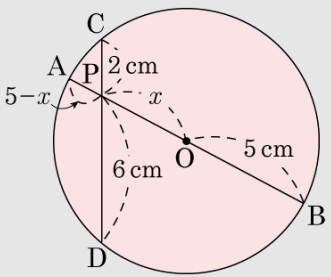
6. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 와 현 CD 의 교점을 P 라 하고, $\overline{OB} = 5\text{cm}$, $\overline{PC} = 2\text{cm}$, $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{PO}$ 의 길이는?



① $\sqrt{13}\text{cm}$ ② $\sqrt{15}\text{cm}$ ③ 4cm

④ $\sqrt{17}\text{cm}$ ⑤ $3\sqrt{2}\text{cm}$

해설



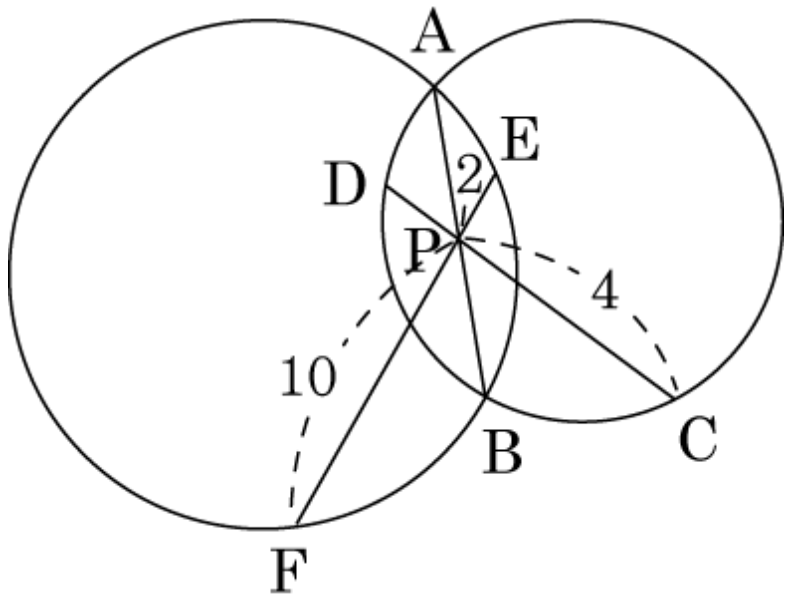
$\overline{PO} = x$ 라 하면 $\overline{AP} = 5 - x$

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로

$6 \times 2 = (5 + x)(5 - x),\ x^2 = 13$

$\therefore\ \overline{PO} = \sqrt{13}\,\text{cm}$

7. 다음 그림과 같이 각 점 C, D, E, F 는 $\overline{AB}$ 위의 한 점 P 를 지나는 두 직선이 원과 만나는 점이다. 이때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



① 3 ② 4 ③ 5

④ 6 ⑤ 7

해설

$\overline{AP} \times \overline{BP} = \overline{PD} \times \overline{PC}$

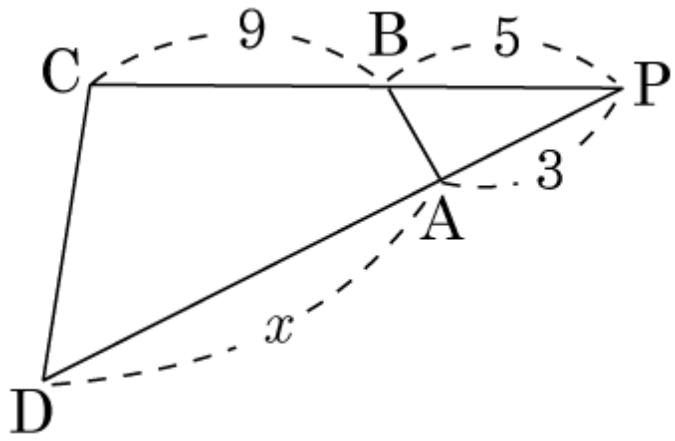
$\overline{AP} \times \overline{BP} = \overline{PE} \times \overline{PF}$

$\overline{PD} \times \overline{PC} = \overline{PE} \times \overline{PF}$ 이므로

$2 \times 10 = \overline{PD} \times 4$

$\therefore\ \overline{PD} = 5$

8. 다음에서 □ABCD 가 원에 내접한다고 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① $\frac{61}{2}$ ② $\frac{61}{3}$ ③ $\frac{64}{3}$
④ $\frac{65}{3}$ ⑤ $\frac{65}{2}$

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로

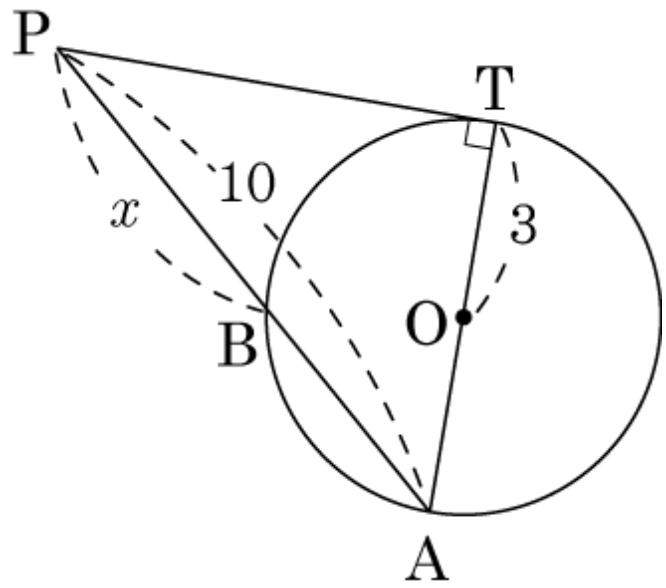
$\overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PB} \times \overline{PC}$

$3 \times (3 + x) = 5 \times 14,\ 9 + 3x = 70$

$3x = 61$

$\therefore\ x = \frac{61}{3}$

9. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고, T 는 접점이다. x 의 값을 구하면?



① 6.4 ② 6.5 ③ 6.6

④ 7 ⑤ 7.5

해설

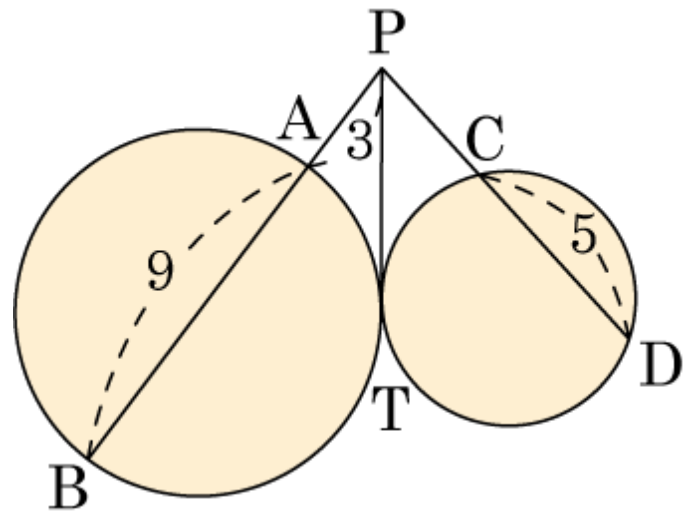
$\overline{AT} = 6, \overline{AP} = 10$ 이므로

$\overline{PT} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$

$8^2 = x \times 10$, $64 = 10x$

$\therefore\ x = \dfrac{64}{10} = \dfrac{32}{5} = 6.4$

10. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원에 공통으로 접하고 $\overline{PA}=3$, $\overline{AB}=9$, $\overline{CD}=5$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$, $\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

$\therefore \overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

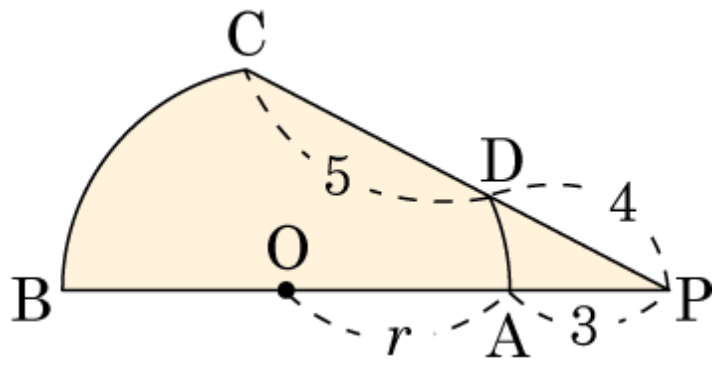
$\overline{PC}=x$ 라 하면

$3\times(3+9)=x\times(x+5)$

$(x+9)(x-4)=0$

$\therefore\ x=4$

11. 다음은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 를 현 CD 를 따라 자른 도형이다. 반원 O 의 지름과 현의 연장선이 만나는 점을 P 라 할 때 반원의 반지름 r를 구하면?



① 3 ② 4 ③ 4.5 ④ 5.5 ⑤ 6

해설

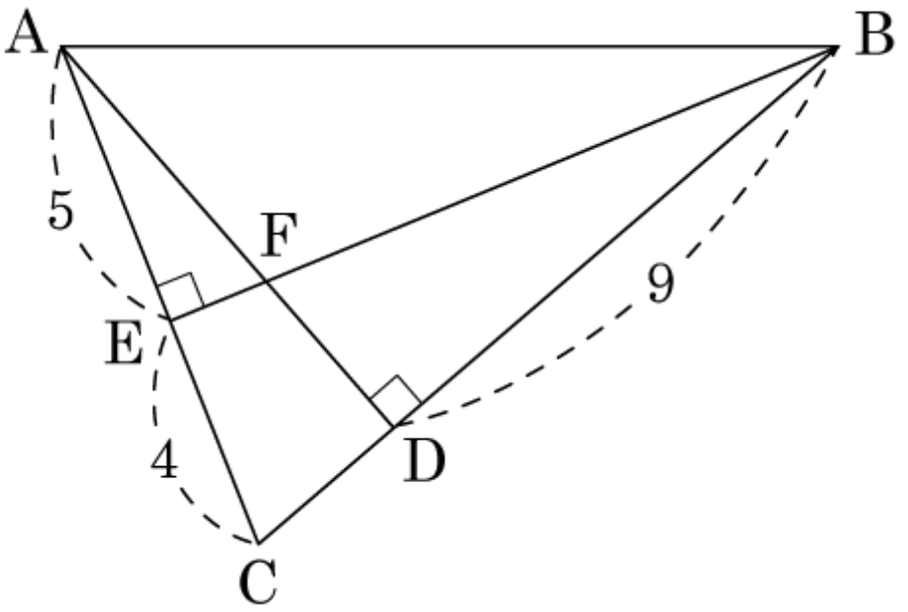
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PD}\cdot\overline{PC}$ 이므로 $3(3+r+r)=4(4+5)$

$9+6r=36$

$6r=27$

$\therefore r=4.5$

12. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{CD} = 3$ 이다.

② □AEDB 는 원 안에 내접한다.

③ $\angle CAD \neq \angle CBE$

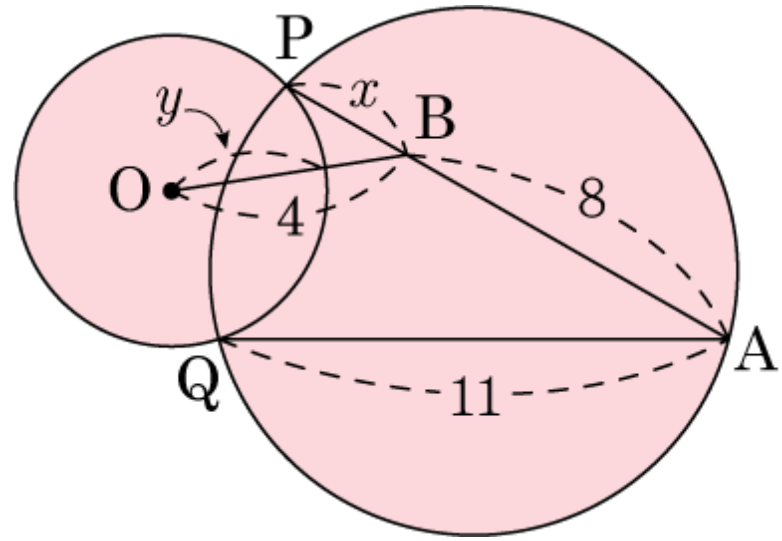
④ $\overline{AB}$ 는 원의 지름이다.

⑤ $\overline{CE} \times \overline{CA} = \overline{CD} \times \overline{CB}$

해설

$\angle CAD = \angle CBE$

13. 두 원의 교점 P, Q 를 지나는 작은 원의 두 접선이 큰 원 위의 점 A 에서 만난다. 점 O 는 작은 원의 중심이고 점 B 는 $\overline{AP}$ 위의 한 점이다. $\overline{OB} = 4$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AQ} = 11$ 일 때, 선분 PB 의 길이 x 와 작은 원의 반지름 y 의 곱을 구하면?



① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ 9

해설

$\overline{AP}=\overline{AQ}$ 이므로 $x + 8 = 11 \therefore\ x = 3$

$x^2 = (4 - y)(4 + y)$

$9 = 16 - y^2$

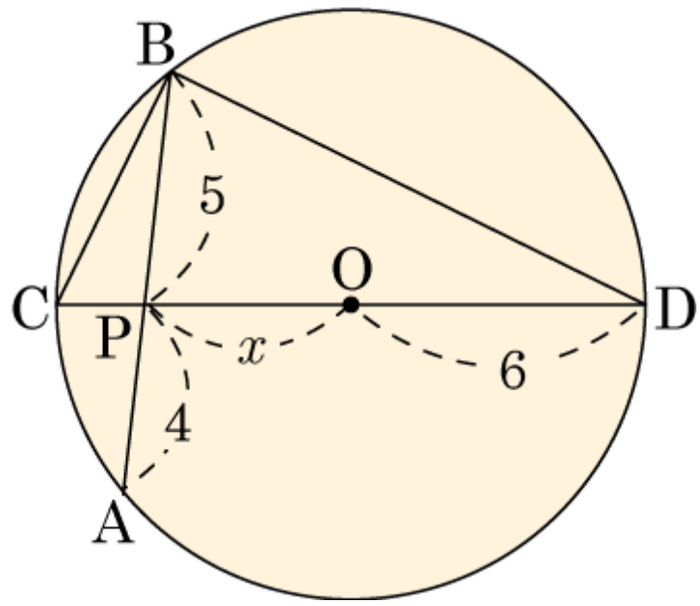
$y^2 = 7$

$y > 0$ 이므로

$y = \sqrt{7}$

$\therefore xy = 3\sqrt{7}$

14. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 는 원 O 의 지름이다. 원 O 의 반지름의 길이가 6 이고 $\overline{BC}=a$, $\overline{BD}=b$, $\overline{PO}=x$, $x=b-a$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 를 구하면?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$20=(6-x)(6+x) \Rightarrow x^2=16 \Rightarrow x=4=b-a$, $\angle CBD=90°$

이므로 $a^2+b^2=12^2$

$b-a=4$ 의 양변을 제곱하면

$(b-a)^2=4^2$

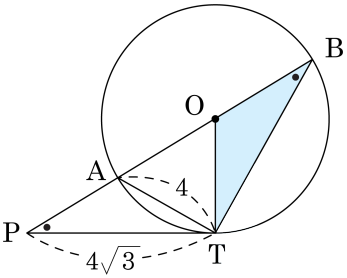
$a^2-2ab+b^2=16$

$144-2ab=16$ $(\because a^2+b^2=144)$

$-2ab=-128$

$\therefore \sqrt{ab}=8$ $(\because ab>0)$

15. 그림과 같이 원 O′ 의 외부에 있는 한 점 P 에서 원 O 에 그은 접선과 중심 O 를 지나는 할선이 이 원과 만나는 세 점을 각각 T, A, B 라고 한다. $\overline{PT} = 4\sqrt{3}$, $\overline{AT} = 4$ 이고, $\angle ABT = \angle APT$ 일 때, $\triangle BOT$ 의 넓이를 구하면?



① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $5\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$\angle ABT = \angle APT$, $\angle ABT = \angle ATP$
삼각형의 외각의 성질에 따라 $\angle BAT = \angle APT + \angle ATP$ 이고
$\angle ATB = 90°$ 이므로
$\angle BAT = 60°$, $\angle ABT = 30°$, 따라서 삼각형의 외각의 성질에 따라 $\angle AOT = 60°$
따라서 $\triangle OAT$ 는 정삼각형이므로
$\overline{AT} = \overline{AO} = \overline{OB} = 4$
원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라
$(4\sqrt{3})^2 = \overline{PA} \times (\overline{PA} + 8)$
$\therefore \overline{PA} = 4$ ($\because \overline{PA} > 0$)
점 B 에서 $\overline{PT}$ 의 연장선상에 수선을 내리고 그 수선의 발을 점 H 라고 하면
$\triangle PTO \backsim \triangle PHB$ (AA 닮음) 이므로
$\overline{PO} : \overline{PB} = \overline{PT} : \overline{PH} = \overline{OT} : \overline{BH}$
$8 : 12 = 4\sqrt{3} : \overline{PH} = 4 : \overline{BH}$
$\overline{PH} = 6\sqrt{3}$, $\overline{BH} = 6$
따라서 $\triangle BOT$ 의 넓이는
$\triangle PBH - \triangle POT - \triangle BHT = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 4\sqrt{3}$ 이다.