

1. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$

② $A < B$

③ $A \geq B$

④ $A \leq B$

⑤ $A = B$

해설

$a > 0$ 이므로 $1 + \frac{a}{2} > 0$, $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서 $A^2 > B^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

2. 유한집합 X 에서 유한집합 Y 로의 함수 f 의 역함수 f^{-1} 가 존재한다고 한다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $n(X) = n(Y)$ 이다.

② $x_1 = x_2$ 이면 $f(x_1) = f(x_2)$

③ $f^{-1}(x_1) = f^{-1}(x_2)$ 이면 $x_1 = x_2$ 이다.

④ $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이다.

⑤ $f(a) = b$ 이면 $f^{-1}(b) = a$ 이다.

해설

①, ②, ③, ⑤ : 역함수를 갖기 위해서는 일대일 대응이어야 한다.

④ : $y = x$ 에 대해 대칭관계이다.

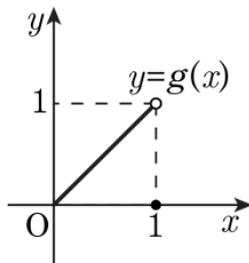
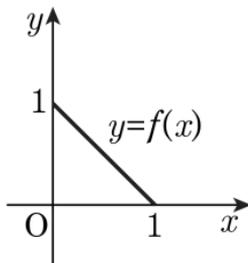
3. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 성질을 만족시킨다.

I. $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이다.

II. 임의의 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = f(x), g(-x) = -g(x)$$

함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 일부가 각각 다음과 같을 때,
 $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ 의 값을 구하면?



① $-\frac{2}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ 0

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

II. 에 의하여

$y = f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이고,

$y = g(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

$$\begin{aligned} g\left(-\frac{7}{3}\right) &= -g\left(\frac{7}{3}\right) = -g\left(2 + \frac{1}{3}\right) \\ &= -g\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

($\because -1 < x < 1$ 에서 $g(x) = x$) 이고

$0 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) = -x + 1$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right) &= f\left(\frac{1}{3}\right) \\ &= -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

4. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2}$ 일 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$(f^{-1})^{-1} = f \text{ 이므로 } f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2} \text{ 의}$$

역함수를 구하면

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 4$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 = 9$$

5. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$$

무리수의 상등에 의하여

$$\text{유리수 부분 : } (a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$$

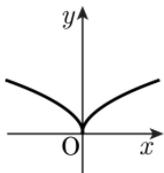
$$\text{무리수 부분 : } 2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

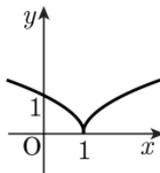
$$\therefore ab = 8$$

6. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

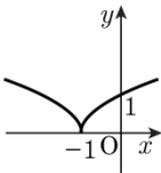
①



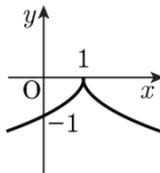
②



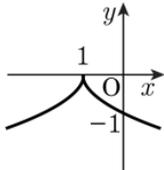
③



④



⑤



해설

$$x \geq -1 \text{ 이면 } y = \sqrt{x+1}$$

$$x < -1 \text{ 이면 } y = \sqrt{-x-1} \text{ 이므로}$$

3번이 정답임.

7. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$A = \{x|x \text{는 good friends 의 알파벳 자음}\}$,

$B = \{x|x \text{는 } 4 \text{ 이상 } 7 \text{ 이하인 } 4\text{의 배수}\}$,

$C = \{x|x \text{는 별자리 } 12\text{궁}\}$ 일 때,

$n(A) + n(C) - n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

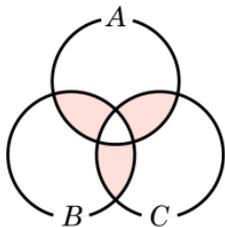
▷ 정답 : 17

해설

good friends 의 알파벳 자음은 g, d, f, r, n, s 이므로 $n(A) = 6$,
4 이상 7 이하의 4의 배수는 4 하나만 존재하므로 $n(B) = 1$,
별자리 12궁은 12개의 별자리로 이루어진 것이므로 $n(C) = 12$
이다.

따라서 $n(A) + n(C) - n(B) = 17$ 이다.

8. 두 집합 X, Y 에 대하여 $X \star Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 라고 정의할 때, 다음의 벤다이어그램에서 빗금 친 부분을 나타내는 것은?



- ① $\{(A \cap B) \cup (A \cap C)\} \star (B \cap C)$
 ② $\{(A \cup B) \cap (A \cup C)\} \star (B \cap C)$
 ③ $\{(A \cap B) \star (A \cap C)\} \cup (B \cap C)$
 ④ $\{(A \cup B) \star (A \cup C)\} \cup (B \cap C)$
 ⑤ $\{(A \cap B) \star (A \cap C)\} \cup (B \cap C)$

해설

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = p, \quad B \cap C = q,$$

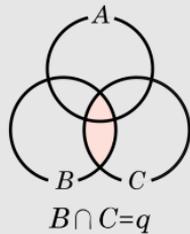
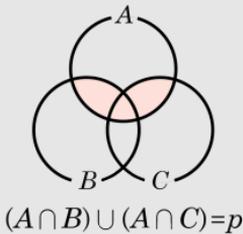
$$\therefore X \star Y = (X \cup Y) - (X \cap Y)$$

$$= (X \cup Y) - (Z \cap Y)$$

$$\{(A \cap B) \cup (A \cap C)\} \star (B \cap C)$$

$$(C)$$

$$\Rightarrow p \star q = (p - q) \cup (q - p)$$



9. $x > 0, y > 0, x + 2y = 1$ 일 때, $\frac{2}{x} + \frac{1}{y}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x > 0, y > 0$ 이므로 산술기하평균의 관계로부터

$$x + 2y = 1 \geq 2\sqrt{2xy}, \frac{1}{2} \geq \sqrt{2xy}, \frac{1}{8} \geq xy$$

즉 xy 의 최댓값은 $\frac{1}{8}$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{2}{xy}} \text{ 이므로 } xy = \frac{1}{8} \text{ 일 때 최소}$$

$$\therefore \frac{2}{x} + \frac{1}{y} \geq 8$$

해설

$$x + 2y = 1 \text{ 이면 } y = \frac{1-x}{2}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{x} + \frac{1}{\frac{1-x}{2}} = \frac{2}{x} + \frac{2}{1-x} = \frac{2}{x(1-x)}$$

$x(1-x)$ 의 최댓값을 구하는 문제

$$\begin{aligned} x(1-x) &= -x^2 + x = (x^2 - x + \frac{1}{4}) + \frac{1}{4} \\ &= -(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$\therefore x(1-x)$ 의 최댓값은 $\frac{1}{4}$ 이고

$$\text{이때 } \frac{2}{x(1-x)} \text{ 의 최솟값은 } \frac{2}{\frac{1}{4}} = 8$$

10. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x-a}$ 의 그래프가 점 $(2, 7)$ 을 지나고 이 함수의 역함수가 $y = \frac{x+c}{x-3}$ 일 때, a, b, c 의 곱 abc 를 구하면?

① -27

② -9

③ -3

④ 3

⑤ 9

해설

점 $(2, 7)$ 을 지나면 역함수는 $(7, 2)$ 를 지난다.

$$2 = \frac{7+c}{7-3} \text{ 에서 } c = 1$$

이제 원래 함수를 구해보면 $y = \frac{x+1}{x-3}$ 에서

$$\Rightarrow x = \frac{y+1}{y-3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x+1}{x-1} \dots\dots \text{역함수}$$

$$\therefore a = 1, b = 3, c = 1$$

$$\therefore abc = 3$$

11. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

① 128

② 256

③ 512

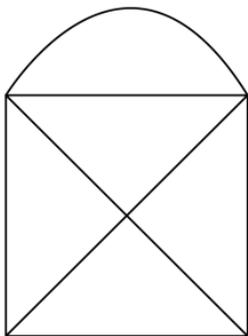
④ 1024

⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

12. 다음 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

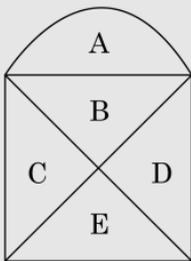


▶ 답: 가지

▷ 정답: 36가지

해설

경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림에서 A, B 영역에 칠할 수 있는 색은 각각 3 가지, 2 가지이다.

i) C, D 영역에 같은 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×2 가지

ii) C, D 영역에 다른 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×1 가지

$$\therefore 3 \times 2 \times (2 \times 2 + 2 \times 1) = 36$$

13. 5 명의 남자와 4 명의 여자로 구성되어 있는 모임에서 임의로 3 명을 뽑을 때, 그 중에 남자 2 명, 여자 1 명을 포함하고 남자들이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 40

② 60

③ 80

④ 120

⑤ 160

해설

남자 5명, 여자 4명에서 남자 2명, 여자 1명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_4C_1$ 이고 남자 2명과 여자 1명이 일렬로 서는데 남자가 이웃하게 서는 방법의 수는 $2! \times 2$ 이므로 구하는 방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_4C_1 \times 2! \times 2 = 160$

14. 7 송이의 서로 다른 종류의 꽃을 3 송이, 2 송이, 2 송이의 세 묶음으로 나누는 방법의 수는?

- ① 105 ② 120 ③ 210 ④ 630 ⑤ 1260

해설

7 송이를 3, 2, 2 송이로 나누는 방법의 수는,

$$\begin{aligned} & {}_7C_3 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \\ &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times 1 \times \frac{1}{2 \cdot 1} = 105 \end{aligned}$$

15. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 개이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ 의 3 개

$\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

16. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $A \cap B = \{d\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?

① $B = \{a, b, c\}$

② $B = \{b, c, d\}$

③ $B = \{c, d, e\}$

④ $B = \{c, d, f\}$

⑤ $B = \{d, e, f\}$

해설

$A \cap B = \{d\}$ 이므로 집합 A, B 에 동시에 속하는 원소는 d 뿐이다. 따라서 집합 B 는 A 의 원소 중에서 a, b, c 는 포함하지 않고 d 만을 포함하고 있는 집합이므로 보기에서 조건을 만족하는 것은 $B = \{d, e, f\}$ 이다.

17. 함수 $f_n(x)$ 가 $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$, $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)
)으로 정의될 때, $f_{28}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① $\frac{1}{20}$

② $\frac{1}{24}$

③ $\frac{1}{30}$

④ $\frac{1}{32}$

⑤ $\frac{1}{40}$

해설

$$f_1(x) = \frac{x}{x+1} \text{ 이고}$$

$$f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x) \text{ 이므로}$$

$$f_2(x) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x}{2x+1}$$

$$f_3(x) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{2x+1+x}{2x+1}} = \frac{x}{3x+1}$$

⋮

$$f_{28}(x) = \frac{x}{28x+1}$$

$$\therefore f_{28}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{14 + 1} = \frac{1}{30}$$

18. 두 함수 $f(x) = 4x+1$, $g(x) = 2x+3$ 에 대하여 $(g \circ (f \circ g)^{-1} \circ g)(-2)$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $-\frac{1}{4}$

④ $-\frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

두 함수 $f(x) = 4x + 1$, $g(x) = 2x + 3$ 에 대하여

$$\begin{aligned} g \circ (f \circ g)^{-1} \circ g &= g \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \circ g \\ &= (g \circ g^{-1}) \circ f^{-1} \circ g \\ &= f^{-1} \circ g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (g \circ (f \circ g)^{-1} \circ g)(-2) &= (f^{-1} \circ g)(-2) \\ &= f^{-1}(g(-2)) \\ &= f^{-1}(-1) \end{aligned}$$

$f^{-1}(-1) = a$ 라고 하면 $f(a) = -1$ 이므로

$$4a + 1 = -1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore (g \circ (f \circ g)^{-1} \circ g)(-2) = -\frac{1}{2}$$

19. $\{\{0\}, 1, 2, \{1, 2\}, \{\emptyset\}\}$ 를 원소로 가지는 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\{0\} \subset A$

③ $\{1, 2\} \subset A$

④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{\emptyset\} \subset A$

해설

① $\{\emptyset\} \in A$

② $\{\{0\}\} \subset A$

④ $1 \in A$

⑤ $\{\{\emptyset\}\} \subset A$

