

1. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

$$2x^2 + 6x + 10 = 0$$

- ① $\frac{3}{5}$ ② 3 ③ $-\frac{3}{5}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{3}{5}$$

2. 평행이동에 의하여 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

3. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① $a : -2$ 또는 0 , $b : 0$

② $a : -5$ 또는 -1 , $b : -5$

③ $a : 1$ 또는 -3 , $b : \frac{3}{2}$

④ $a : 1$ 또는 5 , $b : 5$

⑤ $a : 0$ 또는 2 , $b : 0$

해설

$$y = 0 \text{ 을 대입하면 } -2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 0$$

4. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 2x - 5 = 0$

② $x^2 - 8x = 10$

③ $6x^2 = 4x + 9$

④ $(x + 2)^2 = 0$

⑤ $(x + 1)^2 = 10$

해설

(완전제곱식) = 0 꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

5. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$ 에서 $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$
 $D = (2m)^2 - 4(m + 2) = 0$
 $4m^2 - 4m - 8 = 0$
 $m = 2$ 또는 $m = -1$
따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

6. 이차방정식 $x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근을 2α , 5α 라고 하면 $2\alpha + 5\alpha = 14$,
 $7\alpha = 14$, $\alpha = 2$,
따라서 두 근은 4, 10 이므로 k 는 두 근의 곱으로 $k = 40$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ 일 때, $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$-a = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2}, a = \frac{1}{4}$$

$$b = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$$

$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에 $a = \frac{1}{4}, b = -\frac{3}{8}$ 대입하면

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{\left(-\frac{3}{8}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$ 이다.

8. n 명 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어떤 모임의 회원 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 91가지일 때, 이 모임의 전체 회원은 몇 명인가?

① 11명 ② 12명 ③ 13명 ④ 14명 ⑤ 15명

해설

$$\frac{n(n-1)}{2} = 91 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 182 = 0 \text{ 이다.}$$

$$(n-14)(n+13) = 0$$

$$n = 14 (\because n > 0)$$

9. 지면으로부터 100m 되는 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체의 높이가 180m 인 순간은 던져 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 4초

해설

$$h = -5t^2 + 40t + 100$$

$$-5t^2 + 40t + 100 = 180$$

$$t^2 - 8t + 16 = 0$$

$$(t - 4)^2 = 0$$

$$\therefore t = 4$$

10. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 포물선의 폭이 넓은 순서대로 나열 하여라.

보기

㉠ $y = 4x^2$

㉡ $y = -\frac{5}{2}x^2$

㉢ $y = -\frac{4}{3}x^2$

㉣ $y = \frac{1}{4}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉠

해설

a 의 절댓값이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $\frac{1}{4} < \frac{4}{3} < \frac{5}{2} < 4$ 이므로 ㉣,㉢,㉡,㉠순으로 폭이 넓다.

11. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 에 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 을 대입하면

$$m = \frac{1}{2} \times (-2)^2 + 5 = 7$$

$$n = \frac{1}{2} \times 4^2 + 5 = 13$$

$y = ax + b$ 가 $(-2, 7), (4, 13)$ 을 지나므로

$$\begin{array}{rcl} 7 & = & -2a + b \\ -) 13 & = & 4a \\ \hline -6 & = & -6a \end{array} \quad \begin{array}{l} a=1, \\ b=9 \end{array}$$

$$\therefore a + b = 1 + 9 = 10$$

12. 이차함수 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(4, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$y = 2(-x + 1)^2 - 3$$

$$y = 2(x - 1)^2 - 3$$

점 $(4, k)$ 를 대입하면

$$2(4 - 1)^2 - 3 = k$$

$$\therefore k = 15$$

13. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

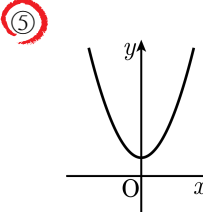
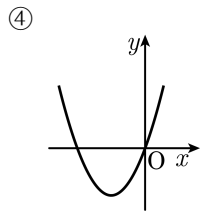
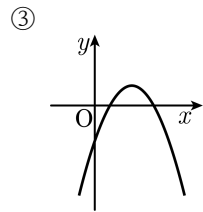
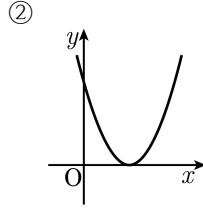
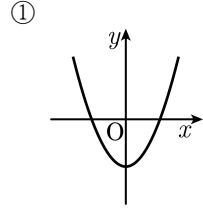
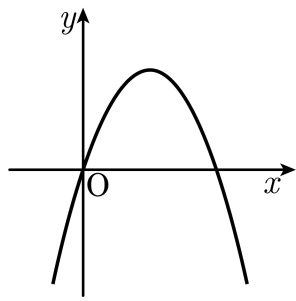
$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 3 \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 5 \end{aligned}$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore a - b = 2 - 5 = -3$$

14. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중에서 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고, 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

15. 이차함수 $y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점을 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

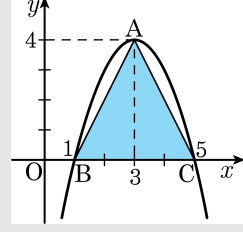
해설

$y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점은 (3, 4) 이다.

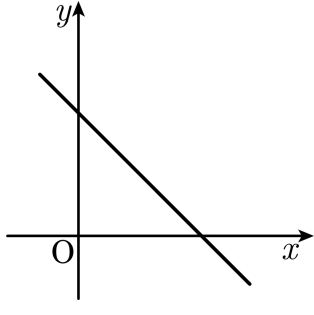
$$\begin{aligned} y &= -(x-3)^2 + 4 \\ &= -(x^2 - 6x + 9) + 4 \\ &= -(x^2 - 6x + 5) \\ &= -(x-1)(x-5) \end{aligned}$$

따라서 x 축과의 교점은 (1, 0), (5, 0) 이다

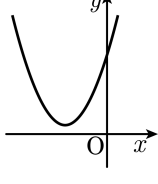
$$\therefore \triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$



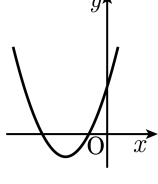
16. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



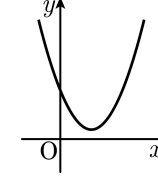
①



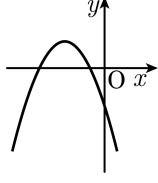
②



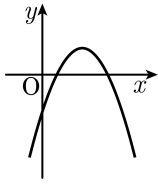
③



④

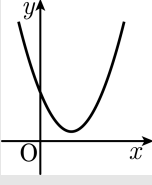


⑤



해설

일차함수의 그래프의 기울기가 음수이므로 $a < 0$, y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.



$y = x^2 + ax + b$ 에서 $a < 0, b > 0$ 이면 아래로 볼록이고 축은 y 축 오른쪽에 있으며 y 축과의 교점은 x 축보다 위쪽에 있다.

17. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (-4, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

- ① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ ② $\left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{4}\right)$ ③ $\left(-5, \frac{9}{4}\right)$
④ $(-2, 3)$ ⑤ $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$

해설

$y = -x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 $-1, -4$ 인 식의 꼭짓점이므로
 $y = -(x+1)(x+4)$

$$y = -(x^2 + 5x + 4) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$ 이다.

18. 이차함수 $y = -2x^2 + 2ax$ 의 최댓값이 8일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2x^2 + 2ax$$

$$= -2 \left(x - \frac{a}{2} \right)^2 + \frac{a^2}{2}$$

최댓값이 8 이므로 $\frac{a^2}{2} = 8$ 이다.

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

19. $x^2 - mx + n = 0$ 의 해를 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 이다. 실수 m, n 에 대해 $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, $m > n$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - mx + n = 0 \text{ 에서 } \begin{cases} \alpha + \beta = m \\ \alpha\beta = n \end{cases} \dots \textcircled{1}$$

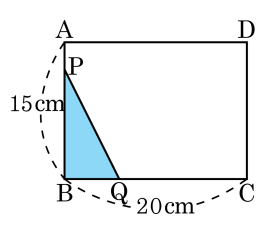
또 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \alpha\beta = 5 \\ (\alpha + \beta)\alpha\beta = 6 \end{cases} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $m + n = 5, mn = 6$

$\therefore m + n = 5$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\text{ cm}$, $\overline{BC} = 20\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 점 A 로부터 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 변 BC 위를 점 B 로부터 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는지 구하여라.
-

▶ 답: 초

▶ 정답 : 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15 - x) \text{ cm}$, $\overline{BQ} = 2x \text{ cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로
 $\frac{1}{2} (15 - x) 2x = 36$
 $2x^2 - 30x + 72 = 0$
 $x^2 - 15x + 36 = 0$
 $(x - 3)(x - 12) = 0$
 $\therefore x = 3$ (초) (단, $0 < x < 10$)

21. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

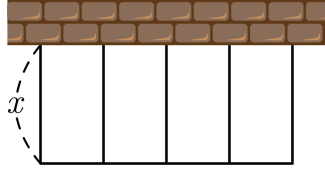
▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을 $y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
 $y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로
 $0 = -8 - 2b + c$, $-16 = c$
 $0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$
 $y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$
 $y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.
 $\therefore p + q = 0 - 19 = -19$

22. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?

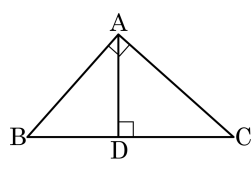


- ① 140m² ② 160m² ③ 180m²
 ④ 200m² ⑤ 240m²

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$
 담장의 넓이의 합은 $x\left(\frac{60-5x}{4}\right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.
 $\therefore -5x^2 + 60x = -5(x^2 - 12x + 36) + 180$
 $= -5(x-6)^2 + 180$

23. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$ 이다. 선분 AD의 길이는 6 cm, 선분 BD의 길이는 4 cm 이고, 선분 AB의 길이와 선분 DC의 길이는 같다고 한다. 선분 AC의 길이가 선분 DC의 길이보다 1 cm 더 길 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 8cm

해설

$$\overline{AB} = \overline{DC} = x \text{ cm} \text{ 라고 하면 } \overline{AC} = x + 1$$

$$\frac{1}{2}x(x+1) = \frac{1}{2} \times 6(x+4)$$

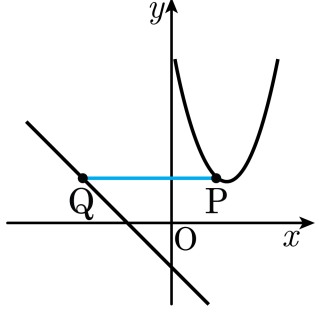
$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3x - 12 = 0$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x - 8)(x + 3) = 0$$

$$x = 8 \quad (\because x > 0)$$

24. 다음 그림에서 포물선 $y = x^2 - 5x + 8$ 위의 한 점 P 와 직선 $y = -x - 2$ 위의 한 점 Q 에 대하여 $\overline{PQ}$ 가 x 축에 평행할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = x^2 - 5x + 8$ 에서 점 P 의 좌표는 $P(a, a^2 - 5a + 8)$

$y = -x - 2$ 에서 점 Q 의 좌표는 $Q(b, -b - 2)$

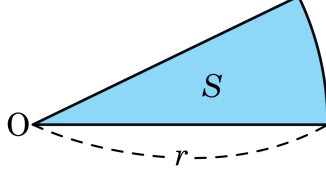
점 P 와 점 Q 의 y 좌표가 같으므로

$a^2 - 5a + 8 = -b - 2, b = -a^2 + 5a - 10$ 이다.

$\overline{PQ} = a - b = a^2 - 4a + 10 = (a - 2)^2 + 6$

$\overline{PQ}$ 의 최솟값은 6 이다.

25. 둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름의 길이가 r cm 일 때, 넓이를 S cm² 라고 한다. S 가 최대일 때, r 의 값은? (단, 반지름의 길이가 r , 호의 길이가 l 인 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}lr$ 임을 이용하여라.)



- ① 3 ② 6 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

해설

둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름을 r cm 이라 하면 호의 길이는 $(12 - 2r)$ cm 이다.

$$\begin{aligned}(\text{부채꼴의 넓이}) &= \frac{1}{2}r(12 - 2r) = -r^2 + 6r \\ &= -(r - 3)^2 + 9\end{aligned}$$

따라서 $r = 3$ 일 때, 부채꼴의 최대의 넓이는 9 이다.