

1. $|x + 1| + |y - 2| = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 곱 xy 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$|x + 1| \geq 0, |y - 2| \geq 0$ 이므로 $x + 1 = 0, y - 2 = 0$

$\therefore x = -1, y = 2$

따라서, 구하는 값은 $xy = -1 \cdot 2 = -2$

2. 두 부등식 A 는 $0.3x + 2 > 0.5x - 1$ 이고, B 는 $\frac{2}{5}x + 1.5 \leq 0.7x - \frac{1}{2}$ 일 때, 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ☐㉠ A 와 $x > 8$ 의 공통해는 $x < 8$ 이다.
- ☐㉡ B 와 $x < 30$ 의 공통해는 $\frac{20}{3} \leq x < 30$ 이다.
- ☐㉢ A 와 B 의 공통해는 $\frac{20}{3} \leq x < 15$ 이다.
- ☐㉣ A 와 B 를 합한 부분은 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

A 의 부등식의 양변에 10을 곱하면

$$3x + 20 > 5x - 10$$

$$-2x > -30$$

$$x < 15$$

B 의 부등식의 양변에 10을 곱하면

$$4x + 15 \leq 7x - 5$$

$$3x \geq 20$$

$$x \geq \frac{20}{3}$$

A 와 $x > 8$ 의 공통해는 $8 < x < 15$, B 와 $x < 30$ 의 공통해는

$\frac{20}{3} \leq x < 30$ 이다. A 와 B 를 합하면 모든 실수이다.

3. $3x - 5 \leq 10$, $x + 2 > a$ 의 정수해가 1 개가 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

① $4 \leq a < 5$

② $5 \leq a < 6$

③ $6 \leq a < 7$

④ $7 \leq a < 8$

⑤ $8 \leq a < 9$

해설

$$A : 3x \leq 15 \rightarrow x \leq 5$$

$$B : x > a - 2$$

$a - 2 < x \leq 5$ 에 속하는 정수가 1 개여야 하므로

$$4 \leq a - 2 < 5$$

$$\therefore 6 \leq a < 7$$

4. 부등식 $|x-1|+|x+2|<5$ 의 해가 $a<x<b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 1

해설

$|x-1|+|x+2|<5$ 에서
i) $x<-2$ 일 때,
 $-(x-1)-(x+2)<5 \therefore -2x<6 \therefore x>-3$
곧, $x<-2$ 일 때, $x>-3$
 $\therefore -3<x<-2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
ii) $-2\leq x<1$ 일 때,
 $-(x-1)+(x+2)<5 \therefore -0\cdot x<2$
이 부등식은 항상 성립하므로
 $-2\leq x<1 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
iii) $x\geq 1$ 일 때,
 $(x-1)+(x+2)<5 \therefore 2x<4 \therefore x<2$
곧, $x\geq 1$ 일 때, $x<2$
 $\therefore 1\leq x<2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$ 으로부터 $-3<x<2$ 이므로
 $a=-3, b=2$
 $\therefore a+b=-1$

5. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

해가 $-2 < x < 3$ 이고,
이차항의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x+2)(x-3) < 0$
 $x^2 - x - 6 < 0$
 $\therefore a = -1, b = -6$
 $ab = 6$

6. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 에서

$2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

따라서, $\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2}$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$

$\therefore f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

7. x 에 관한 방정식 $x^2 - 2kx + (k^2 - k) = 0$ 이 실근 α, β 를 갖고 $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 이 성립하기 위한 실수 k 의 범위를 구하면?

- ① $-1 \leq k \leq 4$ ② $-1 \leq k \leq 5$ ③ $0 \leq k \leq 4$
④ $0 \leq k \leq 5$ ⑤ $-2 \leq k \leq 2$

해설

i) 실근을 가지므로
 $D \geq 0$ 에서 $k \geq 0 \dots$ ①
ii) $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 에서
 $(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \leq 16$
 $(2k)^2 - 4(k^2 - k) \leq 16$
 $\therefore k \leq 4 \dots$ ②
 $\therefore$ ①, ②에서 $0 \leq k \leq 4$

8. 연립방정식 $x+y+z = -\frac{1}{2}$, $xy+yz+zx = -\frac{5}{2}$, $xyz = -1$ 을 만족시키는
해의 쌍 (x,y,z) 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

근과 계수와의 관계에서
 x, y, z 를 세 근으로 하는
삼차방정식을 만들면

$$t^3 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2t^3 + t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(2t-1)(t+2) = 0$$

$$\therefore (x,y,z) =$$

$$\left(1, \frac{1}{2}, -2\right), \left(1, -2, \frac{1}{2}\right),$$

$$\left(\frac{1}{2}, 1, -2\right), \left(\frac{1}{2}, -2, 1\right),$$

$$\left(-2, 1, \frac{1}{2}\right), \left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)$$

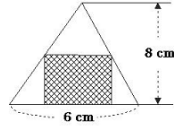
9. 각 수가 다른 두 수의 곱이 되는 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$a = bc, b = ca, c = ab,$
 $abc = (bc)(ca)(ab) = (abc)^2,$
 $abc \neq 0, abc = 1,$
 $abc = a^2 = b^2 = c^2 = 1$
 $a = \pm 1, b = \pm 1, c = \pm 1$
그러나 $abc = 1$ 이므로, a, b, c 중에서 -1 인 것은 없거나 2개이다.
 $\therefore (a, b, c) = (1, 1, 1), (1, -1, -1), (-1, 1, -1), (-1, -1, 1)$

10. 철민이는 그림과 같이 밑변의 길이가 6 cm, 높이가 8 cm 인 삼각형 모양의 나무 판자를 가지고 있다. 이 판자를 그림과 같이 잘라 넓이가 12 cm^2 인 직사각형 모양의 판자를 만들려고 한다. 이 때, 이 판자의 가로의 길이를 구하여 라.



▶ 답: cm

▶ 정답 : 3cm

해설

삼각형에 내접하는 직사각형의 가로를 α , 세로를 β 라 하자.

다음 조건에 의해 $\alpha:8-\beta=3:4$

$$\Rightarrow 3\beta = 24 - 4\alpha,$$

$$\Rightarrow 3\beta = 24 - 4\alpha,$$

넓이가 12 이므로 $\alpha\beta = 12$

$$\therefore \alpha\beta = \alpha\left(8 - \frac{4}{3}\alpha\right) = 12, (\alpha - 3)^2 = 0$$

$$\therefore \alpha = 3$$

11. 방정식 $2x^2 - 4xy + 5y^2 - 8x - 4y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값은?

- ① $x = 2, y = 4$ ② $x = 4, y = 2$ ③ $x = -1, y = 2$
④ $x = 2, y = -1$ ⑤ $x = -2, y = 1$

해설

판별식을 이용하기 위해 준식을 x 에 관하여 정리하면,
 $2x^2 - 4(y+2)x + 5y^2 - 4y + 20 = 0 \cdots \textcircled{1}$

①이 실근을 가지므로 $\frac{D}{4} \geq 0$ 에서

$$4(y+2)^2 - 10y^2 + 8y - 40 \geq 0$$

$$6y^2 - 24y + 24 \leq 0$$

$$6(y^2 - 4y + 4) \leq 0$$

$$6(y-2)^2 \leq 0 \quad \therefore y = 2 \quad (\because y \text{ 는 실수})$$

$y = 2$ 를 ①에 대입하면,

$$2x^2 - 16x + 32 = 0, \quad 2(x-4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 4$$

12. 이차방정식 $x^2 + mx - m + 1 = 0$ 이 양의 정수근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2 + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -m & \dots \textcircled{1} \\ \alpha\beta = -m + 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

② - ①을 하면 $\alpha\beta - \alpha - \beta = 1, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 2$

α, β 가 양의 정수이므로

$\alpha - 1 = 1, \beta - 1 = 2$ 또는 $\alpha - 1 = 2, \beta - 1 = 1$

$\therefore (\alpha, \beta) = (2, 3), (3, 2)$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 13$

$\alpha + \beta = -m$ 이므로 $m = -5$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + m = 13 + (-5) = 8$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진

순서쌍 (x, y) 중 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + 2m$ 의 값을 구하면?

- ① -9
- ② -13
- ③ -18
- ④ -22
- ⑤ -26

해설

$1 < x + 5y < 5 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $-2 < 2x + 7y < 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠} \times (-2) + \textcircled{㉡}$ 을 하면
 $-10 < -2x - 10y < -2 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $-2 < 2x + 7y < 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉢} + \textcircled{㉡} = -12 < -3 < 1$
그러므로, $-\frac{1}{3} < y < 4$
그런데, y 는 정수이므로 $y = 0, 1, 2, 3$
이것을 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 대입하여 적합한 x 의 값을 구하면
 $(x, y) = (-3, 1), (-6, 2), (-7, 2), (-11, 3)$
따라서, $x + y$ 의 최댓값은 $-3 + 1 = -2$ 이고,
최솟값은 $-11 + 3 = -8$ 이다.
 $\therefore M = -2, m = -8 \therefore M + 2m = -18$

14. 연립부등식 $-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\frac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$$

$$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x-a \\ 2x-a < -6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > \frac{a-7.2}{2} \\ x < \frac{a}{8} \end{cases}$$

$$\frac{a-7.2}{2} < x < \frac{a}{8} \text{ 가 } \frac{2}{5} < x < b \text{ 이므로}$$

$$\frac{a-7.2}{2} = \frac{2}{5}$$

$$5a-36 = 4$$

$$\therefore a = 8$$

$$\therefore b = \frac{a}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

15. 이차방정식 $x^2 + (a-b)x + ab = 1$ 이 a 의 어떤 실수값에 대해서도 항상 실근을 갖도록 b 의 범위를 정하면?

① $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq b \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$
 ③ $-\frac{\sqrt{2}}{3} \leq b \leq \frac{\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $b \leq -2, b \geq 2$

② $b \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}, b \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $b \leq -\frac{\sqrt{2}}{3}, b \geq \frac{\sqrt{2}}{3}$

해설

$$x^2 + (a-b)x + ab - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (a-b)^2 - 4(ab-1) \geq 0$$

이 식을 a 에 관해서 정리하면, $a^2 - 6ba + b^2 + 4 \geq 0$ 이

부등식이 a 에 관계없이 항상 성립하기 위한 조건은 $\frac{D'}{4} \leq 0$

이므로

$$\frac{D'}{4} = (3b)^2 - (b^2 + 4) \leq 0$$

$\therefore 2b^2 - 1 \leq 0$ 에서

$$(\sqrt{2}b + 1)(\sqrt{2}b - 1) \leq 0$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq b \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq b \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

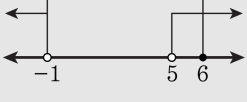
16. 두 부등식 $-x^2 + 4x + 5 < 0$,
 $x^2 + ax - b \leq 0$ 에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두
부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $5 < x \leq 6$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ -11 ④ 11 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x - 5 &> 0 \\ (x + 1)(x - 5) &> 0 \\ x < -1 \text{ 또는 } x > 5 \\ x^2 + ax - b &\leq 0 \\ \Rightarrow (x - \alpha)(x - \beta) &\leq 0 \text{ 라 하자} \\ \alpha \leq x \leq \beta \end{aligned}$$

이제 주어진 조건에 만족하려면



$$\begin{aligned} \therefore \alpha &= -1, \beta = 6 \\ \Rightarrow (x + 1)(x - 6) &= x^2 - 5x - 6 \\ a &= -5, b = 6, a + b = 1 \end{aligned}$$

17. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $-1 < \alpha < 0$, $2 < \beta < 3$ 이 성립하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{2}{3} < a < 1$ ② $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
 ④ $\frac{3}{2} < a < \frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2} < a < 3$

해설

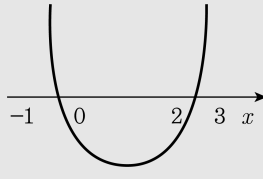
$f(0) = -1 < 0$ 이므로 $y = ax^2 - (a+1)x - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(-1) = a + (a+1) - 1 > 0$ 에서 $a > 0 \dots \text{㉠}$

$f(2) = 4a - 2(a+1) - 1 < 0$ 에서 $a < \frac{3}{2} \dots \text{㉡}$

$f(3) = 9a - 3(a+1) - 1 > 0$ 에서 $a > \frac{2}{3} \dots \text{㉢}$

㉠, ㉡, ㉢에서 $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$



18. 삼차방정식 $x^3 - (7 \cdot 2^3)x^2 + (7 \cdot 2^7)x - 2^{12} = 0$ 의 세 근을 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$)라 할 때, $\alpha \leq m \leq \gamma$ 인 정수 m 의 개수를 구하면?

- ① 23개 ② 24개 ③ 25개 ④ 26개 ⑤ 27개

해설

$f(x) = x^3 - (7 \cdot 2^3)x^2 + (7 \cdot 2^7)x - 2^{12}$ 이라 할 때 $f(2^3) = f(2^4) = f(2^5) = 0$ 이므로
 $f(x) = (x - 2^3)(x - 2^4)(x - 2^5)$
 $\alpha < \beta < \gamma$ 에서 $\alpha = 2^3, \gamma = 2^5$ 이므로
 $2^3 \leq m \leq 2^5$
 $\therefore$ 정수 m 의 개수는 $2^5 - 2^3 + 1 = 25$

19. 방정식 $x^5 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 근 중에서 실근을 α, β, γ 라 하고, 두 허근을 w_1, w_2 라 할 때, $\alpha\beta\gamma + w_1w_2$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 방정식은 홀수차 상반방정식이므로

$x+1$ 을 인수로 갖는다.

$$\therefore (x+1)(x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1) = 0,$$

$$x^2 - 4x + 5 - \frac{4}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 0 \quad (\because x \neq 0)$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 1, 3$$

$$(i) \quad x + \frac{1}{x} = 1 \text{에서 } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore w_1w_2 = 1$$

$$(ii) \quad x + \frac{1}{x} = 3 \text{에서 } x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\therefore \alpha\beta = 1$$

$$\therefore \alpha\beta\gamma + w_1w_2 = -1 + 1 = 0 \quad (\because \gamma = -1)$$

20. 두 이차방정식

$$\begin{cases} x^2 + ax + b = 0 \\ x^2 + bx + a = 0 \end{cases}$$

이 단 하나의 공통근을 가질 때, 공통근이 아닌 두 근의 합은?

- ① -2 ② 0 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통근을 α 라 하면,
 $\alpha^2 + a\alpha + b = 0 \cdots ①$
 $\alpha^2 + b\alpha + a = 0 \cdots ②$
 $① - ② : (a - b)\alpha + (b - a) = 0, (a - b)(\alpha - 1) = 0$
그런데, 단 하나의 공통근을 갖기 위해서는 $a \neq b$ 이므로 ($a = b$ 이면 두식 일치)
 $(\alpha - 1) = 0 \quad \therefore \alpha = 1$
따라서, 공통근이 아닌 서로 다른 근을 β, γ 라 하고, 근과 계수와의 관계를 이용하면
 $1 + \beta = -a, 1 + \gamma = -b$
변변 더하면, $2 + (\beta + \gamma) = -(a + b) \cdots ①$
 $1 \cdot \beta = b, 1 \cdot \gamma = a$
변변 더하면, $\beta + \gamma = (a + b) \cdots ②$
따라서, ②를 ①에 대입하면
 $2 + (\beta + \gamma) = -(\beta + \gamma)$
 $2(\beta + \gamma) = -2 \quad \therefore \beta + \gamma = -1$

21. 방정식 $x^2 - 12x + 35 = 3^y$ 을 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x_1 + x_2 + y_1 + y_2$ 의 값을 구하면?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$x^2 - 12x + 35 = (x - 6)^2 - 1 = 3^y$ 에서 $x - 6 = t$ 라 하면
 $t^2 - 1 = 3^y, \quad (t - 1)(t + 1) = 3^y$
따라서, $t + 1, t - 1$ 은 3^n 꼴이고 차가 2이므로 $y = 1$ 이다.
 $(t + 1, t - 1) = (3, 1), (-1, -3)$
 $\therefore t = 2, -2 \quad \therefore (x, y) = (8, 1), (4, 1)$
 $\therefore x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = 14$

22. 연립부등식

$$\begin{cases} x+2y \geq a+2 \\ y+2z \geq 2(a+4) \\ z+2x \geq a+5 \end{cases}$$

의 해 x, y, z 가 $x+y+z=9$ 를 만족할 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} x+2y \geq a+2 \\ y+2z \geq 2(a+4) \\ z+2x \geq a+5 \end{cases}$$

위 부등식을 변변 더하면 $3(x+y+z) \geq 4a+15$

$x+y+z=9$ 이므로 $27 \geq 4a+15$

$\therefore a \leq 3$

따라서 a 의 최댓값은 3 이다.

23. 동일한 국제전화를 사용하는 두 개의 무역회사 A,B 가 있다. 국제전화의 요금제는 다음과 같다.

골드 요금제 : 기본요금 70000 원 , 1 분당 250 원

프리미엄 요금제 : 기본요금 40000 원, 1 분당 400 원

위 두 회사는 두 요금제 중 경제적으로 유리한 요금제를 선택하여 사용 중에 있고 이에 따라 A 사는 프리미엄 요금제를 이용 중이고 B 사는 골드 요금제를 이용 중이다. 이번 달 두 회사가 사용한 국제전화 통화 시간은 합해서 총 3 시간 40 분이라고 할 때, A 사는 국제전화를 최대 몇 분 이용했는지 구하여라. (단, 두 요금제 모두 분 단위 요금이다.)

▶ **답:** 본

▶ 정답 : 199 분

해설

6 시간 40 분은 총 400 분이고 A 사의 국제전화 이용시간을 x 분이라 하면 B 사의 이용시간은 $(400 - x)$ 분이다.

(1) A사의 이용시간과 이용요금제를 통한 비교

(1) A사의 이용시각과 이용요금제를 통한 비교
(코드 8크제) = 70000 + 250x

$$(\text{골드요금세}) = 70000 + 250x$$
$$(\text{프리미엄요금제}) = 40000 + 400x$$

A 사는 프리미엄요금제를 이용 중이므로

$$70000 + 250x > 40000 + 400x$$
$$70000 + 250000x$$

$\therefore x < 200$

B사의 이용시간과 이용요금제를 통한

$$(\text{골드요금제}) = 70000 + 250 \times (400 - x)$$
$$(\text{프리미엄요금제}) = 40000 + 400 \times (\text{보험금})$$

B 사는 골드요금제를 이용중이다

$$170000 - 2$$
$$\therefore x \leq 200$$

24. 사탕봉지 A, B, C, D, E, F 중 5개에는 무게가 같은 사탕을 4개씩 넣었으나, 1개에는 실수로 사탕을 3개밖에 넣지 않았다. A, B, C의 무게의 합은 D, E, F의 무게의 합보다 크고, B, C, D의 무게의 합은 A, E, F의 무게의 합보다 크다. 또한 B와 F의 무게의 합은 C와 E의 무게의 합보다 클 때, 사탕이 3개 들어있는 사탕봉지를 찾아라.

▶ 답 :

▷ 정답 : E

해설

6개의 사탕봉지 A, B, C, D, E, F의 무게를 각각 a, b, c, d, e, f 라 하면

$$a + b + c > d + e + f \cdots \textcircled{㉠}$$

$$b + c + d > a + e + f \cdots \textcircled{㉡}$$

$$b + f > c + e \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠과 ㉡에서 A와 D만 바꿨을 때 부등호의 방향이 변하지 않으므로 A, D의 사탕봉지의 무게는 같다.

따라서 ㉠에서 $b + c > e + f$ 이므로 사탕이 3개 든 사탕봉지는 E, F 중 하나이고, ㉢에 의해 사탕이 3개 든 사탕봉지는 C, E 중 하나이므로, 사탕이 3개 들어있는 사탕봉지는 E이다.

25. 두 이차함수 $f(x) = x^2 - x + 2a + 1$, $g(x) = 2x^2 - ax + 3a$ 에 대하여 $f(x) > g(x)$ 를 만족하는 실수 x 가 존재하도록 a 의 값의 범위를 정하면 $a < \alpha$ 또는 $a > \beta$ 이다. 이 때, 두 상수 α, β 의 곱 $\alpha\beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$ 이다.)

- ① -5 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

$f(x) > g(x)$ 이므로 $x^2 - x + 2a + 1 > 2x^2 - ax + 3a$
 $x^2 - (a-1)x + (a-1) < 0$
위의 부등식을 만족하는 x 의 값이 존재하려면
이차방정식 $x^2 - (a-1)x + (a-1) = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,
 $D > 0$ 이어야 하므로 $D = (a-1)^2 - 4(a-1) > 0$
 $(a-1)(a-5) > 0$
 $\therefore a < 1$ 또는 $a > 5$
따라서 $\alpha = 1, \beta = 5$ 이므로 $\alpha\beta = 5$