

1. 직선 $x=2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y = (x-2)^2 - 10$

② $y = (x-2)^2 + 8$

③ $y = 2(x-2)^2 - 10$

④ $y = 2(x+1)^2 + 8$

⑤ $y = 2x^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2 + b = ax^2 - 4ax + (4a+b)$ 에 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 대입하면,
 $-2 = 4a + b, 8 = 9a + b$
 $\therefore y = 2(x-2)^2 - 10$

2. 이차함수 $y = -2(x - 1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

위로 블록하고 꼭짓점이 $(1, 4)$
 $\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

3. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

$$\text{최댓값 } m = 12$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 2) 이고 y 절편이 3 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 2) 이므로 주어진 식은

$$y = a(x - 1)^2 + 2$$

y 절편이 3 이므로 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 2$$

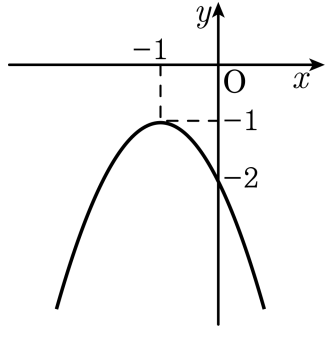
$$\therefore a = 1$$

따라서 구하는 식은 $y = (x - 1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$

$$\therefore b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

5. 다음 포물선의 함수식을 바르게 나타낸 것은?



- ① $y = -(x+1)^2 - 1$ ② $y = -(x-1)^2 - 1$
③ $y = -2(x+1)^2 - 2$ ④ $y = -2(x-1)^2 - 1$
⑤ $y = -2(x+1)^2 - 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -1)$ 이고, 지나는 점은 $(0, -2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 - 1$ 에서 지나는 점 $(0, -2)$ 를 대입하면 $-2 = a(0+1)^2 - 1$, $a = -1$ 이다.
따라서 $y = -(x+1)^2 - 1$ 이 된다.

6. 다음 중 꼭짓점 $(-1, 4)$, 대칭축의 방정식 $x = -1$, y 축과의 교점의 좌표 $(0, 3)$ 인 이차함수는?

① $y = x^2 - 2x - 3$

② $y = x^2 - 4x + 5$

③ $y = -x^2 - 2x + 3$

④ $y = -x^2 + 4x - 10$

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x + 1)^2 + 4$ 에 $(0, 3)$ 을 대입한다. $a = -1$

$\therefore y = -x^2 - 2x + 3$

7. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

8. 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 을 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, 1)$

② $(1, 2)$

③ $(2, 1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(3, 3)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$$c = -6, a + b - 6 = 0, 4a + 2b - 6 = 2$$

$$\therefore a = -2, b = 8, c = -6$$

$$\therefore y = -2x^2 + 8x - 6 = -2(x - 2)^2 + 2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 2)$ 이다.

9. 차가 4 인 두 수 중에서 그 제곱의 합이 최소가 되는 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

해설

두 수를 각각 x , $x+4$ 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x^2 + (x+4)^2 \\&= 2x^2 + 8x + 16 \\&= 2(x+2)^2 + 8\end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 8 을 갖는다.

$$\therefore x = -2, x+4 = 2$$

따라서 구하는 두 수는 -2, 2

10. 가로와 세로의 길이의 합이 12 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하면?

① 36 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x 라고 두면 세로의 길이는 $12 - x$ 이다.

$$y = x \times (12 - x)$$

$$= -x^2 + 12x$$

$$= -(x^2 - 12x + 36) + 36$$

$$= -(x - 6)^2 + 36$$

따라서 36이 최댓값이다.

11. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때,
부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

12. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80을 갖는다.

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

14. 이차함수 $y = x^2 + mx + m$ 의 최솟값을 M 이라 할 때, M 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

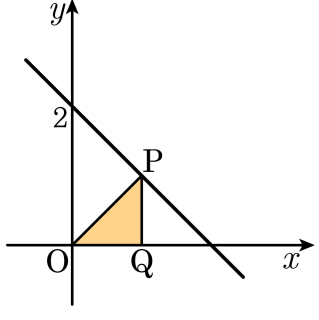
$$y = x^2 + mx + m = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m$$

$$\text{최솟값 } M = -\frac{m^2}{4} + m$$

$$M = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$$

$m = 2$ 일 때, M 은 최댓값 1 을 갖는다.

15. 다음 그림과 같이 직선 $y = -x + 2$ 위의 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q, $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

점 P의 좌표는 $(a, -a + 2)$ 라 하고,
 $\triangle POQ$ 의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}a(-a + 2) \\ y &= -\frac{1}{2}a^2 + a = -\frac{1}{2}(a^2 - 2a) \\ &= -\frac{1}{2}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{1}{2}(a - 1)^2 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.