1. 삼각형의 가장 긴 변은 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧다고 한다. 삼각형의 세 변의 길이가 각각 $x\,\text{cm}$, $(x+1)\,\text{cm}$, $(x+2)\,\text{cm}$ 일 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 1$

해설

삼각형의 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧으므로 $x+2 < (x+1)+x$ 가 된다. 정리하면 $x+2 < x+1+x$, $x-x-x < 1-2$, $-x < -1$, $x > 1$

x 의 값의 범위는 $x > 1$ 이 된다.

2. 삼각형의 가장 긴 변은 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧다고 한다. 삼각형의 세 변의 길이가 $(x-2)$ cm, $(x+1)$ cm, $(x+4)$ cm 이라고 할 때, x 값이 될 수 없는 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

삼각형의 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧으므로

$x+4<(x-2)+(x+1)$ 이다.

정리하면 $x-x-x<-2+1-4$, $-x<-5$, $x>5$

그러므로 5 는 x 값이 될 수 없다.

3. 삼각형의 세 변의 길이가 각각 $x$cm, $(x+1)$cm, $(x+3)$cm 일 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작으므로

$x+3 < x+(x+1)$

$x+3 < 2x+1$

$x > 2$이다.

4. 삼각형의 세 변의 길이가 $x$cm, $(x+3)$cm, $(x+7)$cm 일 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 4$

해설

삼각형 변의 길이의 조건은 가장 긴 변이 남은 두 변의 길이의 합보다 짧아야 한다.

$x+x+3 > x+7$

$\therefore\ x > 4$

5. 삼각형의 세 변의 길이가 각각 $(x-5)$ cm, $(x+1)$ cm, $(x+4)$ cm 라고 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 8$

해설

삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧아야 한다.
$x+4$ 가 가장 긴 변이므로
$x+4 < (x-5)+(x+1)$
$x-x-x < -5+1-4$
$-x < -8$
$x > 8$

6. 삼각형의 세 변의 길이가 각각 $x\,\mathrm{cm}$, $(x-3)\,\mathrm{cm}$, $(x+2)\,\mathrm{cm}$일 때, x 값이 될 수 없는 것은?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧아야 한다.
$x+2$가 가장 긴 변이므로
$x+2 < x+(x-3)$
$x-x-x < -3-2$
$-x < -5$
$x > 5$
따라서 5 는 x 값이 될 수 없다.

7. 사다리꼴의 윗변의 길이는 $20\,\mathrm{cm}$ 이고, 아랫변의 길이는 $15\,\mathrm{cm}$, 높이가 $10\,\mathrm{cm}$ 라고 한다. 윗변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$ 늘여서 넓이를 $250\,\mathrm{cm}^2$ 이상으로 하려고 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \geq 15$

해설

(사다리꼴의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times$ (밑변의 길이 + 윗변의 길이) $\times$ (높이)

윗변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$ 늘였으므로 윗변의 길이는 $(x+20)\,\mathrm{cm}$ 이다.

$\therefore \ \frac{1}{2} \times (15+20+x) \times 10 \geq 250$

정리하면

$5(x+35) \geq 250$

$x+35 \geq 50$

$\therefore \ x \geq 15$

8. 사다리꼴의 윗변의 길이와 아랫변의 길이는 각각 30cm , 20cm, 높이는 $(x+10)$cm 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 1500cm^2 이상이 되게 하려고 한다. x의 값의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

(사다리꼴의 넓이) =

$\frac{1}{2}\times\{$(밑변의 길이) + (윗변의 길이)$\}\times$(높이)

$\frac{1}{2}\times(30+20)\times(x+10)\geq 1500$

$25(x+10)\geq 1500$

$x+10\geq 60$

$x\geq 50$

x 의 최솟값은 50 이 된다.

9. 삼각형에서 가장 긴 변의 길이는 다른 두 변의 길이의 합보다 짧다. 한 삼각형의 세 변의 길이가 각각 5 cm 씩 차이가 날 때, 가장 짧은 변의 길이의 범위는?

① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x > 4$ ⑤ $x > 5$

해설

5cm 씩 차이나는 세 변의 길이를
x, $x + 5$, $x + 10$ 라 하면
$x + (x + 5) > x + 10$
$\therefore\ x > 5$

10. 아랫변의 길이 10cm, 높이 12cm 인 사다리꼴이 있다. 넓이가 96cm^2 이상이 되게 하려 할 때, 윗변의 길이의 범위는?

① $x \ge 2$　② $x \ge 3$　③ $x \ge 4$　④ $x \ge 5$　⑤ $x \ge 6$

해설

윗변의 길이 x 라고 하면

$\frac{1}{2} \times (x + 10) \times 12 \ge 96$

$(x + 10) \times 12 \ge 192$

$x + 10 \ge 16$

$x \ge 6$ 이다.

11. 밑면의 반지름이 3cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 부피가 $45\pi\text{cm}^3$ 이상이 되려면 원뿔의 높이는 몇 cm 이상이어야 하는지 구하여라.

▶ 답: ________ cm

▷ 정답: 15 cm

해설

원뿔의 높이를 $x$cm 라고 하면,

$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times x \geq 45\pi$

$3x\pi \geq 45\pi$

$\therefore \ x \geq 15$

원뿔의 높이는 15cm 이상이어야 한다.

12. 밑면의 반지름이 4cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 부피가 $160\pi\mathrm{cm}^3$ 이상이 되려면 원뿔의 높이는 몇 cm 이상이어야 하는가?

① 10cm ② 20cm ③ 30cm ④ 40cm ⑤ 50cm

해설

원뿔의 높이를 $x$cm 라고 하면,

$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times x \geq 160\pi$

$\frac{16}{3} x\pi \geq 160\pi$

$\therefore\ x \geq 30$

원뿔의 높이는 30cm 이상이어야 한다.

13. 민수는 각각 a, $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+4 < a+(a+2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

14. 어떤 삼각형의 세변의 길이가 a, $a+4$, $a+6$ 이라고 할 때, 가능한 a의 범위로 옳은 것은?

① $a < 2$ ② $a > 2$ ③ $0 < a < 2$
④ $0 \leq a < 2$ ⑤ $0 < a \leq 2$

해설
삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+6 < a+(a+4)$
이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

15. 어떤 직사각형의 세로의 길이가 가로의 길이에서 1cm 을 더한 후 2 배한 것과 같다고 한다. 이 직사각형의 둘레의 길이가 20cm 이상 35 cm 미만이고, 가로의 길이를 $x$cm라 할 때, x의 범위로 옳은 것은?

① $\frac{8}{3} \le x \le \frac{31}{6}$　　② $\frac{8}{3} < x \le \frac{31}{6}$　　③ $\frac{8}{3} < x < \frac{31}{6}$
④ $\frac{8}{3} \le x < \frac{31}{6}$　　⑤ $\frac{8}{3} \le x$

해설

가로의 길이를 $x$cm라고 하면 세로의 길이를 $2(x+1)$ cm이다. 이러한 직사각형의 둘레의 길이를 식으로 나타내면 $2x+2\times2(x+1)$이고, 정리하면 $6x+4$ 이다. 둘레의 길이가 20cm 이상 35cm 미만을 식으로 표현하면, $20 \le 6x+4 < 35$ 이므로 이를 연립 부등식으로 바꾸면 $\begin{cases} 20 \le 6x+4 \\ 6x+4 < 35 \end{cases}$ 이고 정리하면 $\begin{cases} x \ge \frac{8}{3} \\ x < \frac{31}{6} \end{cases}$ 이다.

따라서 가로의 길이의 범위는 $\frac{8}{3} \le x < \frac{31}{6}$ 이다.

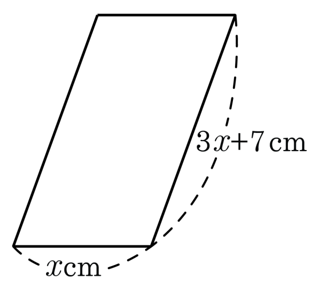
16. 어떤 사다리꼴의 윗변의 길이는 밑변의 길이의 2 배보다 4 가 더 작고, 높이가 5 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하 일 때의 밑변의 길이의 범위는?

① $\frac{10}{3} \le x \le \frac{16}{3}$　② $\frac{10}{3} < x \le \frac{16}{3}$　③ $\frac{10}{4} < x \le \frac{16}{3}$
④ $\frac{10}{3} \le x \le 4$　⑤ $3 \le x \le \frac{16}{3}$

해설

밑변의 길이를 x 라고 하면 윗변의 길이는 $2x-4$ 이다.
이를 이용하여 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타내면 $\frac{5}{2}(3x-4)$ 이다.
사다리 꼴의 넓이가 15 이상 30 이하이므로,
$15 \le \frac{5}{2}(3x-4) \le 30$ 이다.
이를 연립부등식으로 나타내면
$\begin{cases} 15 \le \frac{5}{2}(3x-4) \\ \frac{5}{2}(3x-4) \le 30 \end{cases}$ 이고,
간단히 하면 $\begin{cases} x \ge \frac{10}{3} \\ x \le \frac{16}{3} \end{cases}$ 이다.
따라서 밑변의 길이는 $\frac{10}{3} \le x \le \frac{16}{3}$ 이다.

17. 다음과 같은 평생사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로의 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 <u>없는</u> 것은?



① 13 cm　② 14 cm　③ 15 cm　④ 16 cm　⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x+2(3x+7)$ 임으로, $120<8x+14\le 150$ 이다. $120<8x+14\le 150$ 를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases}120<8x+14\\ 8x+14\le 150\end{cases}$ 이다. 간단히 하면 $\begin{cases}x>\frac{106}{8}\\ x\le\frac{136}{8}\end{cases}$ 이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{53}{4}<x\le 17$ 이다. 그럼으로 가로의 길이는 $\frac{53}{4}<x\le 17$ 이다. $\frac{53}{4}=13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

18. 다각형의 내각의 합이 $600°$ 이상 $750°$ 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 육각형

해설

다각형의 내각의 합: $180°(n-2)$

$600° \le 180°(n-2) \le 750°$

$600° \le 180°n - 360° \le 750°$

$960° \le 180°n \le 1110°$

$5.3\cdots \le n \le 6.16\cdots$

$\therefore n = 6$

19. 다각형의 내각의 합이 $450°$ 이상 $600°$ 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인가?

① 오각형 ② 육각형 ③ 칠각형
④ 팔각형 ⑤ 구각형

해설

$450° \le 180°(n-2) \le 600°$
$450° \le 180°n - 360° \le 600°$
$810° \le 180°n \le 960°$
$\frac{81}{18} \le n \le \frac{96}{18}$
$4.5 \le n \le 5.333\cdots$
그러므로 $n = 5$

20. 어떤 삼각형의 세 변의 길이가 긴 변부터 차례로 $4x+5$, $x+12$, $2x-3$이고, 세 변의 길이가 모두 자연수일 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

해설

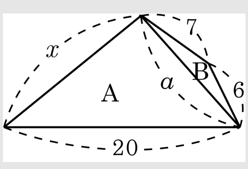
삼각형의 세 변의 길이 관계는
(가장 긴 변의 길이) < (다른 두 변의 길이의 합) 이어야 하므로
$4x+5<(2x-3)+(x+12)$
$\therefore\ x<4 \cdots$ ㉠
또 변의 길이는 양수이어야 하므로
$2x-3>0$
$\therefore\ x>\frac{3}{2} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 의 공통범위를 구하면
$\frac{3}{2}<x<4$
세 변의 길이가 모두 자연수이기 위해서 x는 정수이어야 하므로
$\therefore\ x=2,\ 3$

21. 길이가 각각 6, 7, 20, x 인 선분을 끝점끼리 이어 붙여 볼록한 사각형을 만들 수 있는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $7 < x < 33$

해설



위의 그림과 같이 보조선을 그어 그 길이를 a 라 하자.
삼각형 B 에서 $a < 7 + 6$, 즉 $a < 13$
삼각형 A 에서
1) x 가 가장 긴 변인 경우 : $x < a + 20$
그런데 $a < 13$ 이므로 $x < a + 20 < 13 + 20$
$\therefore\ x < 33$
2) 20 이 가장 긴 변인 경우 : $20 < a + x$
그런데 $a < 13$ 이므로 $20 < a + x < 13 + x$
$\therefore\ x > 7$
따라서 1), 2) 에 의해서 $7 < x < 33$ 이다.