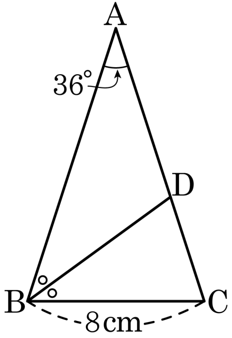
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 변 AC 와의 교점을 D 라 할 때, $\triangle BDC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



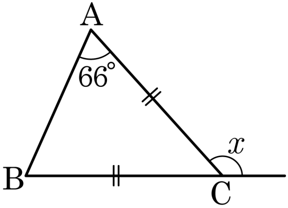
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

$\angle B = 72°$ 이므로 $\angle ABD = 36°$ 이다.
따라서 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle BDC = 72°$, $\angle BCD = 72°$ 이므로 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle BDC$ 는 이등변삼각형이다.

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 66°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

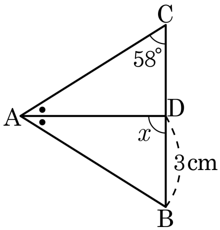


① 130° ② 132° ③ 134° ④ 136° ⑤ 138°

해설

$\angle x = 66° + 66° = 132°$

3. 다음 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
그림을 보고 옳은 것을 모두 고른 것은?



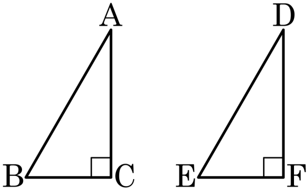
㉠ $\overline{CD} = 3\text{cm}$	㉡ $\angle x = 90°$
㉢ $\angle BAC = 32°$	㉣ $\overline{AC} \perp \overline{BC}$

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = 3\text{cm}$
㉡ $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이므로 $\angle x = 90°$
㉢ $\angle BAC = 180° - 2 \times 58° = 64°$
㉣ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 사이의 각이 $58°$ 이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 는 수직이 아니다.

4. 다음 그림의 두 직각삼각형이 서로 합동이 되는 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$

② $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$

③ $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle A=\angle D$

④ $\angle B=\angle E$, $\angle A=\angle D$

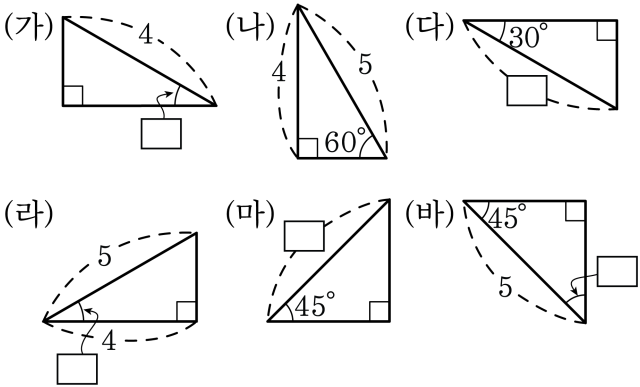
⑤ $\angle B=\angle E$, $\overline{AC}=\overline{DF}$

해설

④ 세 각이 같다는 것만으로 합동이라고 할 수 없다.
① SAS 합동
② RHS 합동
③ RHA 합동
⑤ ASA 합동

5. 다음 삼각형 중에서 (가)와 (다), (나)와 (라), (마)와 (바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기



① (가) 30 °　　② (다) 4　　③ (라) 60 °

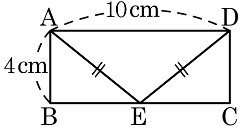
④ (마) 5　　⑤ (바) 55 °

해설

③ (라) 30°

⑤ (바) 45°

6. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} : \overline{BE}$는?



① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 3 : 4

④ 4 : 5 ⑤ 1 : 1

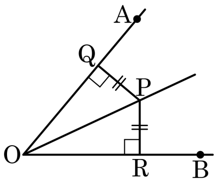
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\angle B = \angle C = 90°$, $\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ 는 RHS 합동이다.

따라서 $\overline{BE} = \overline{EC} = 10 \div 2 = 5(\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{BE} = 4 : 5$ 이다.

7. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{RP}$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ ② $\overline{QO} = \overline{RO}$

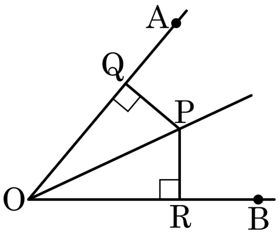
③ $\overline{QO} = \overline{PO}$ ④ $\angle OPQ = \angle OPR$

⑤ $\angle QOP = \angle ROP$

해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.
$\overline{QP} = \overline{RP}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.
그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{PO}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

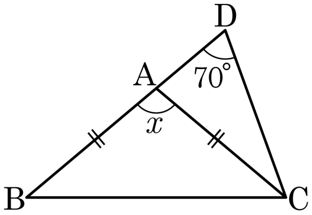
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

9. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BD} = \overline{BC}$ 이고 $\angle D = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

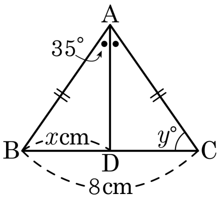


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

$\angle DCB = 70°, \angle B = 40°, \angle x = 100°$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 꼭지각 A의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라고 할 때, $x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $x = \frac{8}{2} = 4(\text{cm})$이다.

$\angle BAD = 35°$

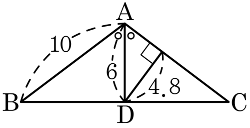
$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ADB = 90°$, $\angle B = \angle C$

$\angle B = 55°$이므로 $\angle y = 55°$

$x + y = 4 + 55 = 59$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 할때, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



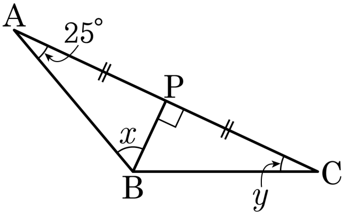
① 10　　② 12　　③ 14　　④ 16　　⑤ 18

해설

$\triangle ADC$에서 $\frac{1}{2} \times 10 \times 4.8 = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times 6$, $\overline{DC} = 8$이므로

$\overline{BC} = 2 \times \overline{DC} = 16$이다.

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있을 때, $\angle x+\angle y$의 크기는?

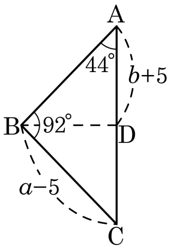


① 70 °　　② 80 °　　③ 90 °　　④ 100 °　　⑤ 110 °

해설

$\angle x$는 $\angle$B를 이등분한 각이므로 $\angle$CBP와 같다.
$\triangle$CBP에서 $\angle x$와 $\angle y$의 합은 180 °에서 $\angle$BPC를 뺀 것과 같다.
$\therefore\ \angle x+\angle y=180°-90°=90°$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분할 때, $\overline{AB}+\overline{CD}$ 를 a 와 b 에 관한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b$

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\angle BCA = 180\,° - (92\,° + 44\,°) = 44\,°$

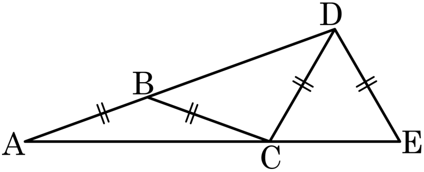
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

또 $\overline{BD}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분하므로 $\overline{BD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이다.

따라서 $\overline{AD}=\overline{CD}$ 이다.

$\therefore \overline{AB}+\overline{CD}=(a-5)+(b+5)=a+b$

14. 다음 그림과 같은 $\triangle ADE$ 에서 $\angle ADE = 100°$ 이고 점 B, C 는 각각 $\overline{AD}, \overline{AE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 20°

해설

$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$ 라고 하면

$\angle BAC = \angle BCA = \angle x$

$\angle CBD = \angle CDB = 2\angle x$

$\angle DCE = \angle DEC = 3\angle x$

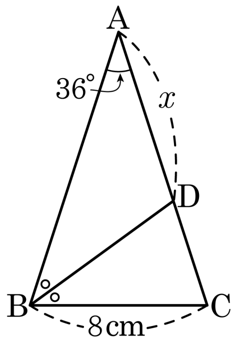
$\triangle ADE$ 에서

$\angle DAE + \angle DEA + 100° = 180°$

$\angle x + 3\angle x = 80°$

$\angle x = 20°$

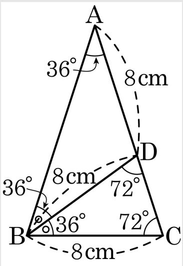
15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

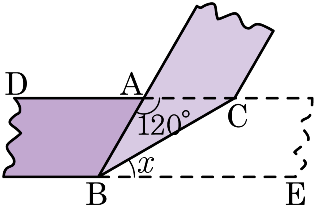


$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.

$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

16. 폭이 일정한 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



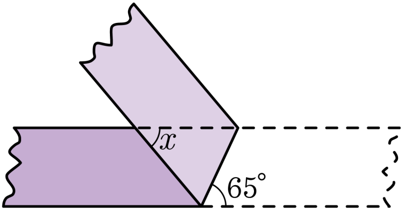
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\angle EBC = \angle ACB = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle EBC = \angle ACB = \angle ABC = \angle x$ 가 된다. 따라서 $\triangle ABC$ 가 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고 $120^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ$, $\angle x = 30^\circ$ 이다.

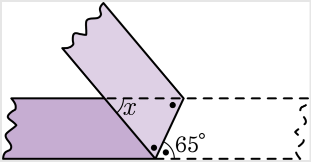
17. 종이 띠를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 40° ② 50° ③ 60° ④ 65° ⑤ 67°

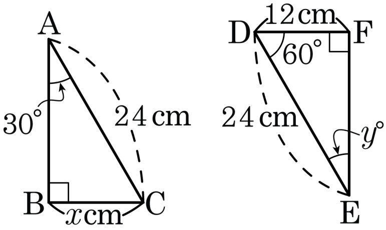
해설

다음 그림과 같이 겹친 부분과 엇각의 크기는 모두 같으므로 이등변삼각형이 된다.



따라서 $\angle x = 180° - 65° \times 2 = 50°$

18. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

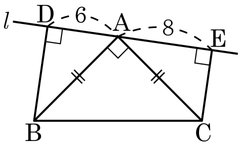
해설

$\triangle ABC, \triangle EFD$ 는 RHA 합동 이므로

$\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30°$

$\therefore x+y = 12+30 = 42$

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값은 ?



① 2　　② 6　　③ 8　　④ 14　　⑤ 16

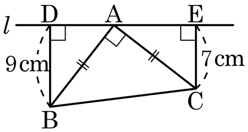
해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{CE} = \overline{DA}$ 이다.

따라서 $\overline{DB} + \overline{EC} = \overline{DE} = 14$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변 삼각형의 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이는?



① 81cm^2　② 96cm^2　③ 112cm^2

④ 128cm^2　⑤ 256cm^2

해설

$\triangle ABD$, $\triangle CAE$ 에 대하여

$\angle BAD = \angle x$ 로 두면,

$\angle CAE = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x$

$\angle ABD = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x = \angle CAE$

$\overline{AB} = \overline{CA}$

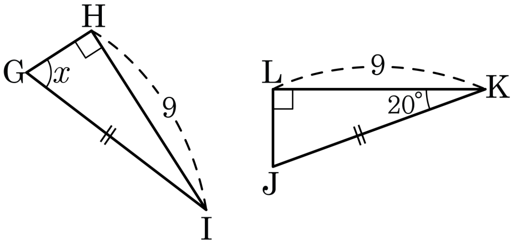
직각삼각형에서 빗변과 다른 한 각이 같으면 두 삼각형이 합동이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DA} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 이다.

사다리꼴 BCED 의 넓이$= \dfrac{(9+7)\times(9+7)}{2} = 128(\text{cm}^2)$

21. 두 직각삼각형이 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



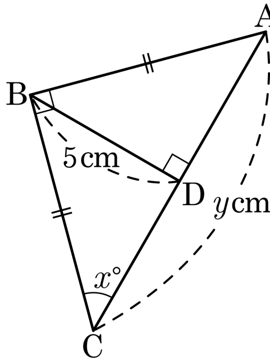
① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\triangle$GHI, $\triangle$JLK 는 RHS 합동

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{LJK} = 180° - 90° - 20° = 70°$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 D라 하자. 이 때, $x - y$의 값은?



① 30 ② 32 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

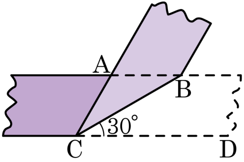
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45°$이므로

$\triangle CBD$는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\,\text{cm}$인 이등변삼각형이고, 점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로 $y = 10$

$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

23. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



① $100°$ ② $110°$ ③ $120°$

④ $130°$ ⑤ $140°$

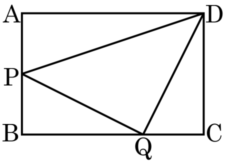
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$

$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)

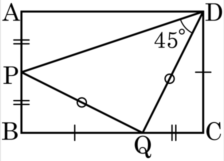
$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

24. 다음 그림의 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직사각형ABCD에서 점 P 는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q 는 변 BC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$ 의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설



위의 그림처럼 D 와 Q 를 연결하자.

$\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$,

$\overline{PB} = \overline{QC}$

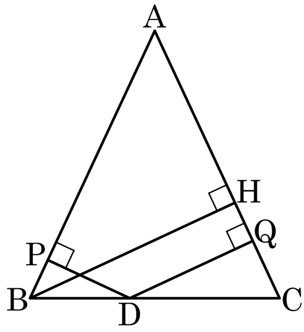
$\angle PBC = \angle QCD$

$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$

따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45°$

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 4\text{cm}, \overline{DQ} = 6\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.

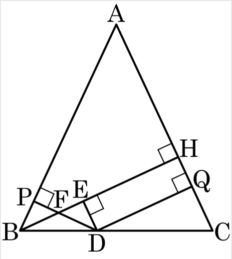


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

점 D 에 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E, $\overline{PD}$ 와 $\overline{BH}$ 의 교점을 F 라고 하면



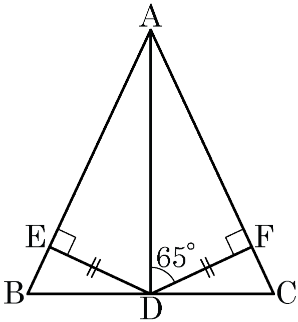
$\triangle PFB \equiv \triangle DFE$

$\overline{BF} + \overline{FE} = \overline{DF} + \overline{FP} = 4\,(\text{cm})$

$\overline{DQ} = \overline{EH} = 6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = 4 + 6 = 10\,(\text{cm})$

26. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$ 이다. $\angle ADF = 65°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



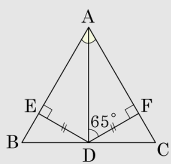
① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

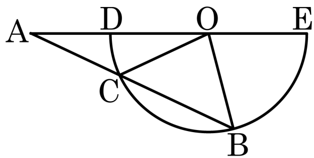
$\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동) 이므로

$\angle EAD = \angle FAD = 90° - 65° = 25°$

$\therefore \angle BAC = 2\angle EAD = 2 \times 25° = 50°$



27. 다음 그림의 반원 O 에서 $\overline{AC} = \overline{OC}$ 일 때, $\dfrac{\angle BOE}{\angle COD}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle COD = \angle a$ 라 하면

(1) $\triangle COA$ 에서 $\overline{AC} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle DAC = \angle DOC = \angle a$

$\therefore\ \angle BCO = \angle DAC + \angle DOC$
$= \angle a + \angle a = 2\angle a$

(2) $\triangle OCB$ 에서 $\overline{OC} = \overline{OB}$ (원의 반지름) 이므로

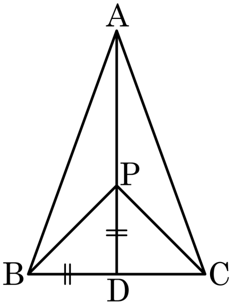
$\angle OCB = \angle OBC = 2\angle a$

(3) $\angle BOE$ 는 $\triangle OAB$ 의 외각이므로

$\angle BOE = \angle OAB + \angle OBA$
$= \angle a + 2\angle a = 3\angle a$

$\therefore\ \dfrac{\angle BOE}{\angle COD} = \dfrac{3\angle a}{\angle a} = 3$

28. 다음 그림에서 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다. $\overline{PD} = \overline{BD}$ 이고 $\overline{BD} = 16\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 에서

$\overline{PB} = \overline{PC}, \overline{AB} = \overline{AC}, \angle BAD = \angle CAD$ 이므로

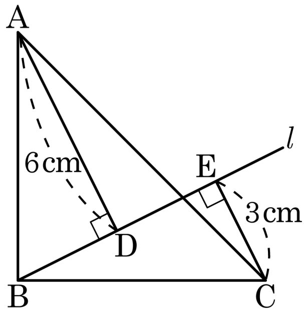
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD(SAS)$ 합동

따라서 $\angle ADB = \angle ADC$

$\angle ADC = 90°$

$\therefore \overline{PD} = \overline{BD} = \overline{CD} = 16(\text{cm})$

29. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭지점 A, C 에서 꼭지점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 3\text{cm}$, 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

$\angle ADB = \angle BEC = 90°$

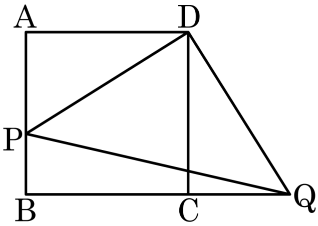
$\overline{AB} = \overline{BC}, \angle ABD = 90° - \angle EBC = \angle BCE$

따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동) 이므로

$\overline{BD} = \overline{CE} = 3(\text{cm}), \overline{BE} = \overline{AD} = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 6 - 3 = 3(\text{cm})$

30. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위의 점이고, 점 Q 는 $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 $\overline{DP} = \overline{DQ}$ 인 점이다. $\angle ADP = 30°$ 일 때, $\angle BQP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\triangle APD$ 와 $\triangle CQD$ 에서
$\overline{DP} = \overline{DQ}$, $\angle A = \angle C = 90°$,
$\overline{DA} = \overline{DC}$ 이므로
$\triangle APD \equiv \triangle CQD$ (RHS합동)
따라서 $\angle CDQ = \angle ADP = 30°$ 이므로
$\angle PDQ = 90°$ 이고, $\overline{DP} = \overline{DQ}$ 에서
$\triangle DPQ$ 는 직각이등변삼각형이 되어
$\angle DQP = 45°$ 이다.
즉, $\triangle DCQ$ 에서 $\angle DQC = 60°$ 이므로
$\angle BQP = 60° - 45° = 15°$ 이다.