

1. 이차방정식 $(x-5)^2 = a$ 의 한 근이 $x = 5 - \sqrt{3}$ 일 때, 다른 한 근은?
(단, $a \geq 0$)

① 5

② $3 + \sqrt{5}$

③ $3 - \sqrt{5}$

④ $5 + \sqrt{3}$

⑤ 3

해설

$$x - 5 = \pm \sqrt{a}$$

$$\therefore x = 5 \pm \sqrt{a}$$

$a = 3$ 이므로 다른 한 근은 $5 + \sqrt{3}$ 이다.

2. 이차방정식 $kx^2 + 4x + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖게 될 k 의 범위는?

① $k > 4$

② $k < 4$

③ $k \geq 4$

④ $k \leq 4$

⑤ $-4 \leq k \leq 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k > 0$$

$$\therefore k < 4$$

3. 이차방정식 $x^2+4x-12=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

- ① -12 ② -6 ③ 8 ④ 4 ⑤ -4

해설

근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은 -4이다.

4. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 세로의 길이는 $(12-x)\text{cm}$
또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 12-x$, 즉 $x > 6$ 이다.

$$x(12-x) = 32$$

$$(x-4)(x-8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$\therefore x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.

따라서 가로의 길이는 8cm이다.

5. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 3)$, $(k, 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단, $k < 0$)

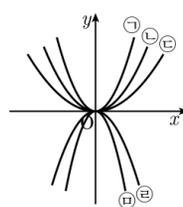
① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$y = ax^2$ 에 $(-1, 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.
따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k, 12)$ 를 지나므로
 $12 = 3 \times k^2$, $k^2 = 4$
따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

6. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 값이 가장 큰 것은?

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉣ ⑤ ㉤



해설

$a > 0$ 이고 y 축에 가까울수록 값이 크다.

7. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때 꼭짓점의 좌표는?

① (0, 0)

② (0, -2)

③ (3, 0)

④ (0, 3)

⑤ (-2, 0)

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로 $y = 2x^2 + 3$ 이다.
따라서 꼭짓점의 좌표는 (0, 3) 이다.

8. 이차함수 $y = 2(x-4)^2 + 3$ 의 그래프에 대하여 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 바르게 구한 것을 고르면?

① $(2, 3), x = 2$

② $(4, 3), y = 3$

③ $(-4, -3), y = -3$

④ $(4, 3), x = 4$

⑤ $(-4, 3), x = -4$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고 축의 방정식은 $x = p$ 이다.

9. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

$$\text{㉠ } y = 3x^2 + 2$$

$$\text{㉡ } y = 2(x - 1)^2$$

$$\text{㉢ } y = 2x^2$$

$$\text{㉣ } y = -3x^2 - 2$$

① ㉠,㉡

② ㉠,㉢

③ ㉠,㉣

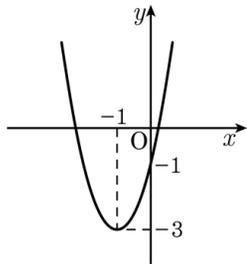
④ ㉡,㉣

⑤ ㉢,㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

10. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은?



- ① $y = 2(x+1)^2 - 3$ ② $y = 2(x-1)^2 - 3$
③ $y = -2(x+1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x+1)^2 + 3$
⑤ $y = 2(x-1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 이다.

11. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.

② 제3 사분면을 지나지 않는다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.

④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x - 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -2(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$

② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

12. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x - 3$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시킨 함수는?

① $y = 3(x-2)^2 + 3$

② $y = 3(x+2)^2 + 3$

③ $y = 3(x+1)^2 + 3$

④ $y = 3(x+1)^2 - 3$

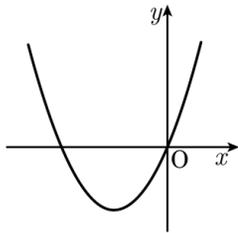
⑤ $y = 3(x-1)^2 - 3$

해설

$$y = 3x^2 - 6x - 3 = 3(x-1)^2 - 6$$

$$y = 3(x-1+2)^2 - 6 + 3 = 3(x+1)^2 - 3 \text{ 이다.}$$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 원점을 지날 때, a, b, c 의 부호로 옳은 것은?

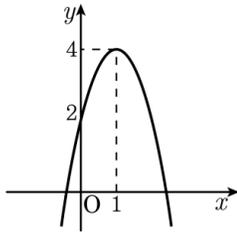


- ① $a > 0, b > 0, c = 0$ ② $a > 0, b < 0, c > 0$
③ $a < 0, b = 0, c > 0$ ④ $a < 0, b < 0, c > 0$
⑤ $a < 0, b < 0, c = 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \therefore b > 0$
 y 축과 만나는 점이 원점쪽에 위치하므로 $c = 0$

14. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$
꼭짓점이 $(1, 4)$ 이므로,
 $y = -2(x - 1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$
 $\therefore a = 4$
따라서 $a + b = 6$

15. x 축에 접하고 축의 방정식이 $x = 2$, y 절편이 -2 인 이차함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$

② $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x-2)^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2$ 의 y 절편 $4a = -2$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

16. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

- ㉠ $2x^2 - 5 = x^2$
- ㉡ $x^2 = -x + 2$
- ㉢ $x^2 = 0$
- ㉣ $x^2 = (x-1)^2 + x^2$
- ㉤ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$
- ㉥ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

이차방정식은 (x 에 관한 이차식) $= 0$ 꼴의 등식이다.
∴ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ 5개

17. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - px - ap - 3q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 3$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 3$ 이 근이므로 $9a - 3p - ap - 3q = 0$ 이고
 a 의 값에 관계없이 성립하므로
 $(9 - p)a - 3(p + q) = 0$ 에 의하여
 $p = 9, q = -9$ 이다.
 $\therefore p + q = 0$

18. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.
- ㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.
- ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0이다.
- ㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

- ㉠, ㉡, ㉢
 ㉠, ㉡, ㉣
 ㉠, ㉢, ㉣
 ㉡, ㉢, ㉣
 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$(x-p)^2 = q$, $x-p = \pm\sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$
 ㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.
 ㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.
 ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm\sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0이다. 따라서 참이다.
 ㉣ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

19. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ② $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$
④ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$ ⑤ $x = -3 \pm \sqrt{57}$

해설

양변에 6을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$2x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

20. $\frac{(x-1)(y+3)}{4(x-1)^2+(y+3)^2} = -\frac{1}{4}$ 일 때, $2x+y$ 의 값은?

- ① -7 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}x-1 &= X, y+3 = Y \text{로 치환하면 } 4X^2 + Y^2 = -4XY \\(2X+Y)^2 &= 0, Y = -2X \\ \therefore y+3 &= -2(x-1) \\ \therefore 2x+y &= 2-3 = -1\end{aligned}$$

21. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

- ① -10 ② -2 ③ 4 ④ 10 ⑤ -4

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$
$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4$$

22. 이차방정식의 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $6x^2 - 5x - 1 = 0$

② $6x^2 - 5x + 1 = 0$

③ $6x^2 - 5x + 5 = 0$

④ $6x^2 - 5x + 2 = 0$

⑤ $6x^2 + 5x + 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 6$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0$$

$$\therefore 6x^2 - 5x + 1 = 0$$

23. 두 근이 $1 + \sqrt{3}$, $1 - \sqrt{3}$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 + 2x - 2 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -2
 $\therefore x^2 - 2x - 2 = 0$

24. 차가 4인 두 양의 정수의 곱이 117일 때, 이 두 양의 정수의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

두 양의 정수를 x , $x-4$ 라 하면

$$x(x-4) = 117$$

$$x^2 - 4x - 117 = 0$$

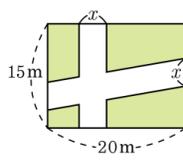
$$(x-13)(x+9) = 0$$

$$\therefore x = 13 (\because x > 4)$$

두 양의 정수는 13, 9이다.

따라서 양의 정수의 합은 22이다.

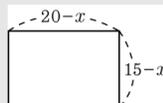
25. 다음 그림과 같이 가로 20m, 세로 15m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 176m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭은?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면
 $(20 - x)(15 - x) = 176$
 $x^2 - 35x + 124 = 0$
 $x = 31$ 또는 $x = 4$
 $x < 15$ 이므로 $x = 4$

26. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ① $(3, 0)$ ② $(0, 3)$ ③ $(-2, 0)$
④ $(0, -2)$ ⑤ $(-2, 1)$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + q \text{ 의 그래프가 점 } (-2, 1) \text{ 을 지나므로}$$
$$1 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + q, q = 3$$
$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

27. 다음 중 이차함수 $y = ax^2$ ($a < 0$) 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 위로 볼록한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 는 감소한다.
- ⑤ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

해설

④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 도 증가한다.

28. 이차함수 $y = -3(x+4)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $a+p+q$ 의 값은?

- ① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

$y = ax^2$ 을 x 축으로 p 만큼, y 축으로 q 만큼 평행이동한 식은 $y = a(x-p)^2 + q$ 이다.
 $\therefore a = -3, p = -4, q = -2$
 $\therefore a+p+q = -3 + (-4) + (-2) = -9$

29. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

- ① $x > -2$ ② $x < -2$ ③ $x < 2$
④ $x > 2$ ⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x+2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

30. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 (1,4)를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x < -1$
④ $x > -2$ ⑤ $x < -3$

해설

(1,4)를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

31. $y = -x^2 + 6x - 4 - a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 5$

② $a < 5$

③ $a < -5$

④ $a > -5$

⑤ $a < 9$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = 6^2 - 4(-1)(-4 - a) > 0$$

$$\therefore a < 5$$

32. 세 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 4)$ 를 지나는 포물선의 식으로 옳은 것은?

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ ② $y = -x^2 - 2x + 4$
③ $y = -2x^2 + 4x + 1$ ④ $y = -2x^2 - 4x + 5$
⑤ $y = -3x^2 + 5x + 1$

해설

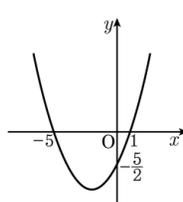
$(-4, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나므로 $y = a(x+4)(x-2)$

$(0, 4)$ 를 대입하면 $4 = -8a$, $a = -\frac{1}{2}$

$\therefore y = -\frac{1}{2}(x+4)(x-2) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ 이다.

33. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 이차함수의 최솟값은?

- ① 3 ② 4 ③ $\frac{2}{5}$
 ④ $-\frac{3}{5}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$



해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 x 절편이 1, -5 이므로 $y = a(x-1)(x+5)$

점 $(0, -\frac{5}{2})$ 를 지나므로 $-\frac{5}{2} = a(0-1)(0+5)$, $a = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \therefore y &= \frac{1}{2}(x-1)(x+5) \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{9}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값은 $-\frac{9}{2}$

34. 이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.

- a 의 값을 구하면?
① 1 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -1

해설

이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값이 -2

이므로

$$y = (x-4)^2 - 2 = x^2 - 8x + 14 = x^2 + bx - a + 16$$

$$\therefore a = 2$$

35. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

- ① 4 ② 32 ③ 43 ④ -26 ⑤ -64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x+16)$ 이다.

$$y = x(x+16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$$

$$y = (x+8)^2 - 64$$

36. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

- ① $x = 0, x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 2, x = 3$
④ $x = 3$ ⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$
따라서 x 의 값은 1, 2이다.
 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

37. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-5)(x-3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a+2 = 7, b+2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x-7)(x-5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

38. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면
 $9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$
 $m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$
 $\therefore m = 3$ 또는 $m = -2$
 i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$
 $3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$
 $x = -\frac{7}{3}$ 또는 $x = 3$ (한 근이 음수이므로 부적합)
 ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$
 $(x-3)(2x-7) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = \frac{7}{2}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)
 따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$
 $\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$

39. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

- ① -2 ② 0 ③ ± 1 ④ ± 3 ⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면
 $a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \dots ①$
 $b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \dots ②$
① - ②를 하면 $(a-b)\alpha^2 - (a-b) = 0$
 $(a-b)(\alpha^2 - 1) = 0$
 $a \neq b$ 이므로 $\alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$
 $\alpha = 1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a + b = 3$
 $\alpha = -1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a + b = -3$
 $\therefore a + b = \pm 3$

40. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,

mn 의 값은?

- ① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27 \end{aligned}$$

41. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 증근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 증근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

42. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -3 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 근을 $x, x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$\therefore x = 2$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면

$a = -8, b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

43. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면 12km 를 내려가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

배가 강을 따라 거슬러 오를 때의 속력을 x km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{6} = 2(\text{시간})$$

44. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

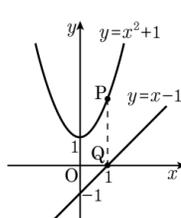
- ① $a < -\frac{4}{3}$ ② $a \leq -\frac{4}{3}$ ③ $a < \frac{3}{4}$
④ $a \leq -\frac{3}{4}$ ⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면
 $a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.
 $a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.
꼭짓점이 $(2, 3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$ 이다.
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.
여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.
 $4a + 3 \leq 0$
 $\therefore a \leq -\frac{3}{4}$

45. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 \overline{PQ} 의 최솟값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



해설

\overline{PQ} 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를 $(t, t^2 + 1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, t - 1)$

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, \overline{PQ} 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

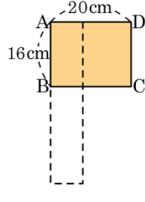
46. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$\begin{aligned}x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0 \\ \text{이 식에 } x = \alpha, \beta \text{ 를 각각 대입하면} \\ \alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5 \\ \beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5 \\ \therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96\end{aligned}$$

47. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm, 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어난다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는데 걸리는 시간은?



- ① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초
 ④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면
 처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$
 x 초 후의 넓이는 $(20 - 2x)(16 + 4x)$ 이다.
 따라서 $(20 - 2x)(16 + 4x) = 320$
 $-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 6$

48. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $AB = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x+1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $AB = 4$ 이므로

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

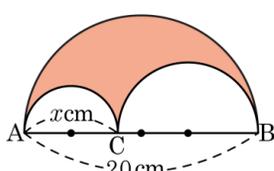
$B(1, 0)$ 을 $y = -x^2 - 2x + p$ 에 대입하면 $-1^2 - 2 + p = 0$, $\therefore p = 3$

$$\therefore y = -(x+1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1

이다.

49. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. 큰 반원의 지름이 20 cm 이고 색칠한 부분의 넓이가 $y\pi\text{cm}^2$ 일 때, y 의 최댓값을 구하면?



- ① 10 ② 15 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$\overline{AC} = x\text{ cm}$ 이므로 $\overline{BC} = (20 - x)\text{ cm}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이 S 는
(전체 반원의 넓이 - 작은 두 원의 넓이의 합)이다.

$$\frac{1}{2} \times 10^2\pi - \left\{ \frac{1}{2}\pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{20-x}{2}\right)^2 \right\} = y\pi$$

$$50\pi - \left(\frac{x^2}{8}\pi + \frac{400 - 40x + x^2}{8}\pi \right) = y\pi$$

$$50\pi - \left(\frac{2x^2 - 40x + 400}{8} \right)\pi = y\pi$$

$$-\frac{1}{4}x^2\pi + 5x\pi = y\pi$$

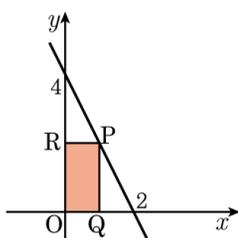
$$y\pi = -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x - 10)^2 + 25\pi \text{이다.}$$

따라서 두 원의 반지름이 각각 10 cm 일 때, 넓이는 최댓값 $25\pi\text{cm}^2$ 를 갖는다.

50. 직선 $y = -2x + 4$ 위의 제1 사분면에 있는 한 점 P에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그때의 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, 사각형 OQPR의 넓이의 최댓값은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}
 y &= x(-2x + 4) \quad (0 < x < 2) \\
 &= -2x^2 + 4x \\
 &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\
 &= -2(x - 1)^2 + 2 \\
 x &= 1 \text{ 일 때 최댓값 } 2
 \end{aligned}$$