

1. 이차식 $x^2 - 6x + 10$ 를 복소수 범위에서 인수분해 한 것은?

① $(x - 6 + 2i)(x - 6 - 2i)$

② $(x - 6 + i)(x - 6 - i)$

③ $(x - 3 + 2i)(x - 3 - 2i)$

④ $(x - 3 + i)(x - 3 - i)$

⑤ $(x - 3 + 2i)(x - 3 - i)$

해설

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \text{ 의 근은 } 3 \pm i$$

$$\therefore x^2 - 6x + 10 = (x - 3 + i)(x - 3 - i)$$

2. 복소수의 범위에서 인수분해가 옳게 된 것은?

① $x^4 + x^2 - 2 = (x+1)(x-1)(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)$

② $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 - x + 1)$

③ $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$

④ $x^2 + 2x + 3 = (x+1-2i)(x+1+2i)$

⑤ $x^4 - 4 = (x+2)(x-2)(x+2i)(x-2i)$

해설

① $(x^2 + 2)(x^2 - 1) = (x+1)(x-1)(x^2 + 2)$
 $= (x+1)(x-1)(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i) \rightarrow (\bigcirc)$

② $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$

③ $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})$

④ $x^2 + 2x + 3 = (x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

⑤ $x^4 - 4$

$= (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}i)(x+\sqrt{2}i)$

3. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2a$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만나고 $\overline{AB} = 2$ 일 때, 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

A(α , 0), B(β , 0) ($\alpha < \beta$) 이라 하면

α, β 는 이차방정식 $x^2 + ax + 2a = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = 2a \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

이 때, $\overline{AB} = 2$ 이므로

$\beta - \alpha = 2$ 양변을 제곱하면

$$(\beta - \alpha)^2 = 4$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하여 정리하면 $a^2 - 8a - 4 = 0$

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 8 이다

4. 이차함수 $y = x^2 - kx + 4$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k < -4$ 또는 $k > 4$

② $k < -2$ 또는 $k > 2$

③ $k < -1$ 또는 $k > 1$

④ $k < -\frac{2}{3}$ 또는 $k > \frac{2}{3}$

⑤ $k < -\frac{1}{4}$ 또는 $k > \frac{1}{4}$

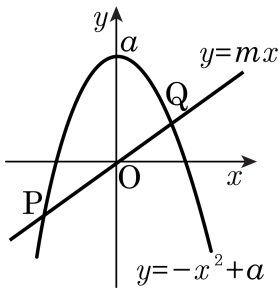
해설

이차방정식 $x^2 - kx + 4 = 0$ 에서 $D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = k^2 - 16$

$D = k^2 - 16 > 0$ 이어야 하므로 $(k+4)(k-4) > 0$

$\therefore k < -4$ 또는 $k > 4$

5. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 + a$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 일 때, $a + m$ 의 값을 구하여라. (단, a, m 은 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -x^2 + a$ 와 $y = mx$ 가 만나는 두 점 P, Q의 x 좌표는 방정식이 $-x^2 + a = mx$ 의 근이다.

점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 이므로

방정식 $x^2 + mx - a = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{5} - 1$ 이다.

그런데 a 와 m 이 유리수이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} - 1$ 이다.

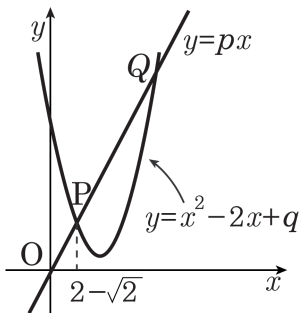
따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-m = (\sqrt{5} - 1) + (-\sqrt{5} - 1) = -2$$

$$-a = (\sqrt{5} - 1)(-\sqrt{5} - 1) = -4$$

$$\therefore a = 4, m = 2 \quad \therefore a + m = 6$$

6. 다음 그림과 같이 직선 $y = px$ 와 이차함수 $y = x^2 - 2x + q$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만나고 점 P 의 x 좌표가 $2 - \sqrt{2}$ 이다. 이 때, 유리수 p, q 의 곱 pq 의 값은?



① 1

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

두 점 P, Q 의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 2x + q = px$ 의 두 실근이다.

$x^2 - (p+2)x + q = 0$ 에서 p, q 는 유리수이므로

한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$(2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = p + 2$$

$$\therefore p = 2$$

$$(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = q$$

$$\therefore q = 2$$

$$\therefore pq = 4$$

7. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$, $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$ 이고 $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$ 이므로

$$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$$

$$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$$

따라서 $\alpha = 1$ 이고

$$1 + 2 + k = 0 \text{ 이므로 } k = -3$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = k \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 해를 가질 때, 상수 k 의 값은?

① ± 1

② ± 3

③ ± 5

④ ± 7

⑤ ± 9

해설

$$\begin{cases} 2x + y = k & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $y = k - 2x$ 를 ㉡에 대입하면

$$x^2 + (k - 2x)^2 = 5$$

$5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 5) = 0$$

$$-k^2 + 25 = 0, k^2 = 25$$

$$\therefore k \pm 5$$

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

10. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$ 의 최솟값은 -5 보다 크고, 그 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② $-\frac{3}{8}$

③ $\frac{3}{8}$

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\&= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\&= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a\end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지나므로

$$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$$

$$8a^2 - 21a - 9 = 0, (8a + 3)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} \text{ 또는 } 3$$

그런데 최댓값 $-12 + 3a > -5$ 이므로

i) $a = -\frac{3}{8}$ 대입 :

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

ii) $a = 3$ 대입 : $-12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$

따라서 $a = 3$ 이다.