1. 연립부등식 $\begin{cases} 1.23x - 0.01x > 0.1x + 2 \\ 5 - \dfrac{x-1}{4} < 2x + 3 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 해가 없다.

해설

$$\begin{cases} 1.23x - 0.01x > 0.1x + 2 & \cdots ㉠ \\ 5 - \dfrac{x-1}{4} < 2x + 3 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $\times 100$:

$123 - x > 10x + 200$

$-x - 10x > 200 - 123$

$-11x > 77$

$x < -7$

㉡ $\times 4$:

$20 - x + 1 < 8x + 12$

$-x - 8x < 12 - 21$

$-9x < -9$

$x > 1$

㉠, ㉡ 을 모두 만족하는 부분이 없으므로, 주어진 연립부등식의 해는 없다.

2. 다음 두 일차부등식을 만족하는 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\frac{x-2}{3}+1 \leq -\frac{x}{3}+\frac{3}{2}, \qquad 0.2-0.1x > 1-0.5x$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

$$\frac{x-2}{3}+1 \leq -\frac{x}{3}+\frac{3}{2}$$

양변에 6 을 곱하면

$2(x-2)+6 \leq -2x+9$

$4x \leq 9-2$

$$x \leq \frac{7}{4}$$

$0.2-0.1x > 1-0.5x$

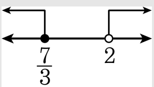
양변에 10 을 곱하면

$2-x > 10-5x$

$-x+5x > 10-2$

$4x > 8$

$x > 2$



∴ 해가 없다.

3. 부등식 $|x+1|+|x-2|+1<x+4$을 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$|x+1|+|x-2|+1<x+4$

i) $x<-1$

$-x-1-x+2+1<x+4,\ x>-\dfrac{2}{3}$

공통범위 없음

ii) $-1\le x<2$

$x+1-x+2+1<x+4,\ x>0$

공통범위 : $0<x<2 \to$ 정수 : 1

iii) $x\ge 2$

$x+1+x-2+1<x+4,\ x<4$

공통범위 : $2\le x<4 \to$ 정수$=2,\ 3$

$\therefore$ 정수 x의 개수 : 1, 2, 3으로 3개

4. $|x+3| \le |x-2|$을 풀면?

① $x \le -3$　　② $-3 \le x \le -\frac{1}{2}$　　③ $-3 < x \le -\frac{1}{2}$

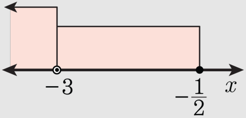
④ $2 \le x$　　⑤ $x \le -\frac{1}{2}$

해설

$|x+3| - |x-2| \le 0$

i) $x < -3$일 때

$-x-3+x-2 = -5 \le 0 \quad \therefore \; x < -3$



ii) $-3 \le x < 2$일 때

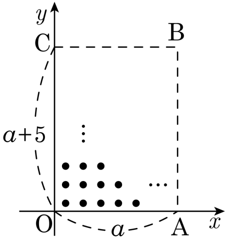
$x+3+x-2 = 2x+1 \le 0$, $x \le -\frac{1}{2} \quad \therefore \; -3 \le x \le -\frac{1}{2}$

iii) $x \ge 2$일 때

$x+3-x+2 = 5 \le 0$ (해가없다)

$\therefore$ i) , ii) , iii) 에서 $x \le -\frac{1}{2}$

5. 다음 그림과 같이 원점을 모서리로 하고, $\overline{OA} = a$, $\overline{OC} = a+5$ 인 직사각형 OABC 가 있다. 사각형 OABC 내부의 격자점의 수가 50 개 이하가 되도록 할 때, a 의 최댓값은? (단, $a > 0$ 이고, 격자점은 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점이다.)



① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$(a-1)(a+4) \leq 50$

$a^2 + 3a - 54 = (a+9)(a-6) \leq 0$

$\therefore 0 < a \leq 6$

6. 평지의 공원에 둘레의 길이는 200 m로 일정하고 넓이는 900 m^2 이상인 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 이 때, 만들어지는 화단의 가로의 최대 길이는?

① 40 m ② 50 m ③ 90 m

④ 100 m ⑤ 150 m

해설

화단의 가로 길이를 x m라고 하면
세로의 길이는 $(100 - x)$ m이다.
가로, 세로의 길이는 모두 양수이므로
$x > 0,\ 100 - x > 0$에서 $0 < x < 100 \cdots$ ㈎
900 m^2 이상이므로
$x(100 - x) \geq 900$
$x^2 - 100x + 900 \leq 0, (x - 10)(x - 90) \leq 0$
$\therefore 10 \leq x \leq 90$
이것은 ㈎를 만족하므로
가로의 최대 길이는 90 m이다.

7. 직선 $3x-y+k=0$ 이 두 점 $(1,\ 3)$, $(2,\ -1)$ 을 잇는 선분과 만나도록 k 값의 범위를 정하면?

① $-6 \le k \le 0$　② $-7 \le k \le 0$　③ $-6 \le k \le 1$

④ $-7 \le k \le 1$　⑤ $-5 \le k \le 1$

해설

다음 그림에서와 같이 $y=3x+k$ 가 조건을 만족하기 위해서는

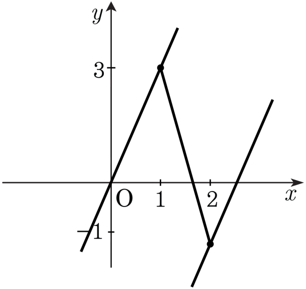
ⅰ)$(1,\ 3)$ 에서 만날 때, $3=3+k$

$\therefore\ k=0$

ⅱ)$(2,\ -1)$ 에서 만날 때, $-1=6+k$

$\therefore\ k=-7$

$\therefore\ -7 \le k \le 0$



8. $y=mx+3m$ 이 두 점 A(2, 1), B(1, 2) 를 맺은 선분과 교차하기 위한 m 의 범위를 구하면?

① $\frac{1}{5}<m<\frac{1}{3}$
② $\frac{1}{5}\le m\le\frac{1}{2}$
③ $\frac{1}{3}\le m\le\frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{4}<m<\frac{1}{2}$
⑤ $\frac{1}{4}\le m\le\frac{1}{2}$

해설

$y=mx+3m$ 이 두 점 A(2, 1), B(1, 2) 를 잇는 선분과 교차하려면

$(2m-1+3m)(m-2+3m)\le 0$

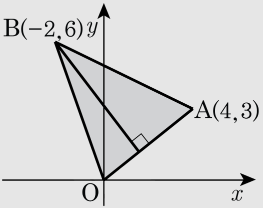
$(5m-1)(4m-2)\le 0 \rightarrow \frac{1}{5}\le m\le\frac{1}{2}$

9. 세 점 $O(0,\ 0)$, $A(4,\ 3)$, $B(-2,\ 6)$ 을 꼭지점으로 하는 $\triangle OAB$ 의 넓이는?

① 9　　② 10　　③ 12　　④ 15　　⑤ 18

해설

$\overline{OA} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ 이고 직선 OA 의 방정식은 $y = \dfrac{3}{4}x$



즉 $3x-4y=0$ 이므로 점 $B(-2,6)$ 과 직선 OA 사이의 거리는

$$\frac{|3\times(-2)-4\times 6|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{30}{5} = 6$$

따라서 $\triangle OAB$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times 5\times 6 = 15$

10. 세 꼭지점이 $A(1,\ 2)$, $B(-1,\ 2)$, $C(-2,\ 0)$ 로 주어지는 삼각형 ABC 의 넓이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 $A\ (1\ ,2\ )$ 에서 직선 BC 에 이르는 거리를 구하여 높이로 하고, $\overline{BC}$ 의 길이를 밑변의 길이로 하여 삼각형 의 넓이를 구한다. 직선 BC 의
방정식은 $2x - y + 4 = 0$ 이므로,
점 $A\ (1\ ,2\ )$ 에서 직선 BC 에 이르는 거리는
$\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.
변 BC 의 길이 : $\sqrt{5}$
$\therefore\ \triangle ABC = \sqrt{5} \times \dfrac{4\sqrt{5}}{5} \times \dfrac{1}{2} = 2$
$\therefore\ \triangle ABC = 2$

해설

세꼭지점이 주어질 때 넓이는
$S = \dfrac{1}{2}|(1 \times 2) + (-1 \times 0) + (-2 \times 2) -$
$(-1 \times 2) + (-2 \times 2) + (1 \times 0)| = 2$

11. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \dfrac{5x+2}{3} - \dfrac{3}{2}x < 2 \\ \dfrac{3x-1}{4} - \dfrac{x}{2} > -1 \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$10x + 4 - 9x < 12 \quad \therefore \; x < 8$

$3x - 1 - 2x > -4 \quad \therefore \; x > -3$

$\therefore -3 < x < 8$

이므로 이를 만족하는 정수의 개수는 10개이다.

12. $A : 0.4 - 0.25x \le 1.5x - 1.35$, $B : -\frac{1-2x}{4} < \frac{2-x}{2} - \frac{x-1}{3}$가 있다. A에서 B를 제외한 수는?

① $x < 1$
② $x \ge 1$
③ $x < \frac{19}{16}$
④ $x \le \frac{19}{16}$
⑤ $x \ge \frac{19}{16}$

해설

$0.4 - 0.25x \le 1.5x - 1.35$의 양변에 100을 곱하면

$40 - 25x \le 150x - 135$

$175 \le 175x$

$1 \le x$

$A : 1 \le x$

$-\frac{1-2x}{4} < \frac{2-x}{2} - \frac{x-1}{3}$의 양변에 12를 곱하면

$-3(1-2x) < 6(2-x) - 4(x-1)$

$-3 + 6x < 12 - 6x - 4x + 4$

$x < \frac{19}{16}$

$B : x < \frac{19}{16}$이므로

A에서 B를 제외한 수는 $x \ge \frac{19}{16}$이다.