1. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4 ② 32 ③ 43 ④ −26 ⑤ −64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x+16)$ 이다.
$y = x(x+16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$
$y = (x+8)^2 - 64$

2. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 100 ② 121 ③ 144 ④ 169 ⑤ 196

해설

한 자연수를 x 라 하면, 나머지는 $28-x$ 이다.
두 자연수의 곱은 $x(28-x)$ 이다.
$x(28-x)=-x^2+28x=-(x-14)^2+196$

3. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17　② 65　③ 77　④ 81　⑤ 162

해설

두 수를 각각 x, $18-x$ 라고 하면

$y=x(18-x)$

$=-x^2+18x$

$=-(x^2-18x+81-81)$

$=-(x-9)^2+81$

$x=9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

4. 합이 30 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 15

해설

두 수를 각각 x , $30 - x$ 라고 하면,
$y = x(30 - x)$
$= -x^2 + 30x$
$= -(x - 15)^2 + 225$
$x = 15$ 일 때, 최댓값 225 를 가지므로 $30 - x = 15$ 이다.

5. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50 ② 62 ③ 64 ④ 79 ⑤ 83

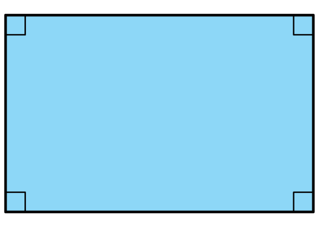
해설

두 수를 각각x, $16-x$ 라고 하면

$$
\begin{aligned}
y &= x(16-x) \\
&= -x^2 + 16x \\
&= -(x^2 - 16x + 64 - 64) \\
&= -(x-8)^2 + 64
\end{aligned}
$$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

6. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10-x$, 넓이를 y 라 하면

$y = x(10-x)$

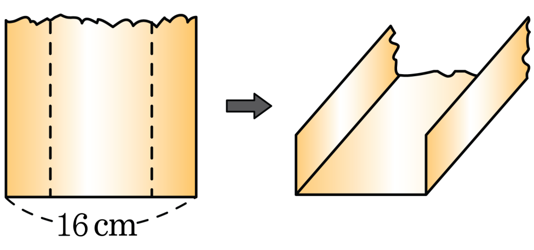
$= -(x^2-10x)$

$= -(x^2-10x+25-25)$

$= -(x-5)^2+25$

$\therefore$ (최대 넓이) $= 25$

7. 다음 그림과 같이 너비가 16cm 인 철판의 양쪽을 접어 직사각형인 물받이를 만들었다. 단면의 넓이를 최대가 되게 하는 높이를 구하여라.



▶ 답： cm

▷ 정답： 4 cm

해설

높이를 $x$cm, 넓이를 $y$cm^2 라고 두면

$y = x(16 - 2x)$

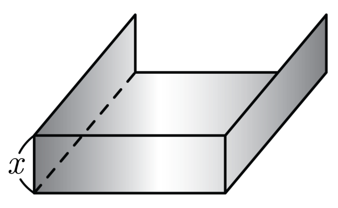
$= -2x^2 + 16x$

$= -2(x^2 - 8x + 16) + 32$

$= -2(x - 4)^2 + 32$ 이다.

따라서 $x = 4$ 일 때, 최댓값 32 를 가진다.

8. 너비가 60 인 양철판을 아래 그림과 같이 구부려서 물받이를 만들려고 한다. 구부리는 양철판의 길이를 x 라 할 때, 단면의 넓이가 최대가 되는 x 의 값을 구하여라.



① 11　　② 12　　③ 13　　④ 14　　⑤ 15

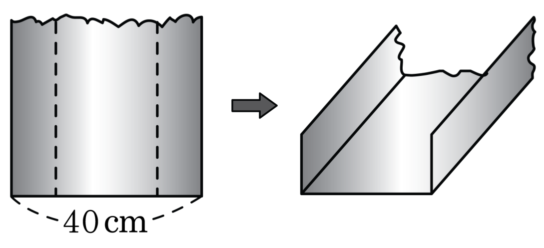
해설

단면의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(60-2x) \\ &= -2x^2+60x \\ &= -2(x^2-30x+225-225) \\ &= -2(x-15)^2+450 \end{aligned}$$

$x=15$ 일 때, 최대 넓이 450

9. 너비가 40cm 인 양철판을 구부려서 'ㄷ'자 모양의 물받이를 만들었다. 물받이의 단면적의 넓이가 최대가 되는 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10 cm

해설

양철판의 높이를 $x$cm 라고 두고 단면적의 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$ 라고 두면

$y = x(40 - 2x)$
$= -2x^2 + 40x$
$= -2(x^2 - 20x + 100) + 200$
$= -2(x - 10)^2 + 200$ 이다.

따라서 $x = 10$ 일 때, 최댓값 200 을 가진다.

10. 둘레의 길이가 24m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① $30\,\text{cm}^2$ ② $32\,\text{cm}^2$ ③ $34\,\text{cm}^2$
④ $36\,\text{cm}^2$ ⑤ $38\,\text{cm}^2$

해설

가로의 길이를 $x\,\text{m}$, 세로의 길이를 $(24-x)\,\text{m}$, 넓이를 $y\,\text{m}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(12-x) \\ &= -x^2+12x \\ &= -(x^2-12x+36-26) \\ &= -(x-6)^2+36 \end{aligned}$$

따라서 $x=6$ 일 때 넓이의 최댓값은 $36\,\text{m}^2$ 이다.

11. 가로의 길이와 세로의 길이의 합이 20 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

가로의 길이를 x, 세로의 길이를 $20-x$ 라고 하자.

$y = x \times (20-x)$

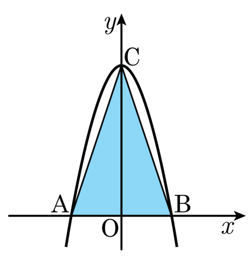
$= -x^2 + 20x$

$= -(x^2 - 20x)$

$= -(x-10)^2 + 100$

따라서 100 이 최댓값이다.

12. $y=-x^2+9$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 하고, y 축과의 교점을 C 라고 할 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 $(0, 9)$, 점 A 와 B 는 $y=0$ 일 때, x 좌표이므로

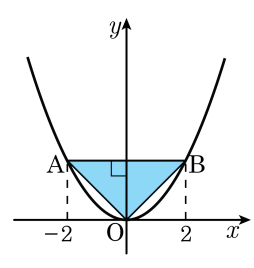
$0=-x^2+9$

$\therefore x=\pm 3$

$\therefore \mathrm{A}=(-3, 0), \mathrm{B}=(3, 0)$

△ABC 의 넓이$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 9=27$

13. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle\mathrm{AOB}$ 의 넓이는 얼마인가?



① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = 4$ 이고,

$x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로

$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

14. 가로의 길이가 6cm , 세로의 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 $x$cm 길게 하고 세로의 길이를 $x$cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면
$y = (6 + x)(10 - x)$
$= -x^2 + 4x + 60$
$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$
$= -(x - 2)^2 + 64$
따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

15. 가로의 길이가 5cm , 세로의 길이가 9cm 인 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이를 $x$cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 2.5　　④ 3　　⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2+4x+45 \\ &= -(x-2)^2+49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

16. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 $x$cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

① $\frac{5}{2}$　② $\frac{15}{2}$　③ $\frac{25}{2}$　④ $\frac{31}{5}$　⑤ $\frac{16}{5}$

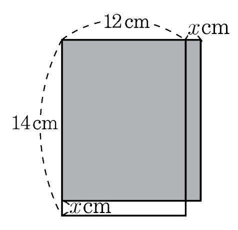
해설

줄어든 가로의 길이는 $(8-x)$cm ,
늘어난 세로의 길이는 $(6+2x)$cm 에서

$$\begin{aligned} y &= (8-x)(6+2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 48 \\ &= -2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

17. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 $x$cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y$cm^2 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$
\begin{aligned}
y &= (12+x)(14-x) \\
&= -x^2+2x+168 \\
&= -(x^2-2x+1-1)+168 \\
&= -(x-1)^2+169
\end{aligned}
$$

$x=1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

18. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

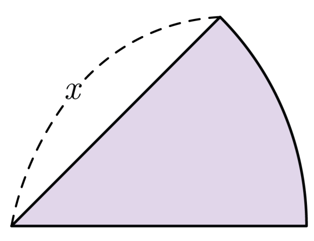
해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24-2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}\times x \times (24-2x) \\ &= x(12-x) \\ &= -x^2+12x \\ &= -(x^2-12x+36-36) \\ &= -(x-6)^2+36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x=6$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

19. 둘레의 길이가 12 인 부채꼴에서 반지름의 길이를 x 라 하고, 부채꼴의 넓이를 y 라 할 때, 부채꼴의 넓이를 최대가 되게 할 때, 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

부채꼴의 넓이를 y, 반지름의 길이를 x 라 하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (12 - 2x) \\ &= x(6 - x) \\ &= -x^2 + 6x \\ &= -(x^2 - 6x + 9 - 9) \\ &= -(x - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(3, 9)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 3$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 9를 가진다.

20. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

① $\frac{15}{2}$m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\,\mathrm{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\,\mathrm{m}$ 라 하면

$y = \frac{1}{2} \times x \times (30-2x)$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30-2x) \\ &= x(15-x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}$ m 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\,\mathrm{m}^2$ 을 가진다.

21. 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$ 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

반지름 $x\,\text{cm}$, 호의 길이를 $(24-2x)\,\text{cm}$ 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24-2x) \\ &= x(12-x) \\ &= -x^2+12x \\ &= -(x^2-12x+36)+36 \\ &= -(x-6)^2+36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 $(6,36)$ 이므로 반지름의 길이가 $6\,\text{cm}$ 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $36\,\text{cm}^2$ 를 가진다.
따라서 호의 길이는 $24-2x=12\,\text{cm}$ 이다.

22. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 16　② 20　③ 36　④ 55　⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a, 넓이를 b 라 하면

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

23. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$
\begin{aligned}
h &= 30t - 5t^2 \\
&= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\
&= -5(t-3)^2 + 45
\end{aligned}
$$

24. 지면으로부터 초속 30m 로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답: ______ m

▷ 정답: 45 m

해설
$h = -5t^2 + 30t$ 에서 $h = -5(t-3)^2 + 45$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45m 이다.

25. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ______ 초

▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 2 초

▷ 정답 : 50 m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$ 에서 $y = -5(x-2)^2 + 50$ 이다.
따라서 $x = 2$ 일 때, y 는 최댓값 50 을 갖는다.

26. 지면으로부터 15m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 모형 로켓의 x 초 후의 지면으로 부터의 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x + 15$ 인 관계가 성립한다. 이 로켓이 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ______ 초

▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 4 초

▷ 정답 : 95 m

해설

$y = -5x^2 + 40x + 15$ 에서 $y = -5(x-4)^2 + 95$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 95 를 갖는다.

27. $x+y=10$ 일 때, x^2+y^2 의 최솟값을 구하면?

① 10 ② 24 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$y=10-x$

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= x^2+(10-x)^2 \\ &= x^2+x^2-20x+100 \\ &= 2x^2-20x+100 \\ &= 2(x^2-10x+25-25)+100 \\ &= 2(x-5)^2+50 \end{aligned}$$

따라서 $x=5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

28. 둘레의 길이가 48cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되도록 하는 직사각형의 가로, 세로의 길이를 순서대로 써라.

▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

가로, 세로의 길이를 각각 x cm, $(24-x)$ cm 라 하면

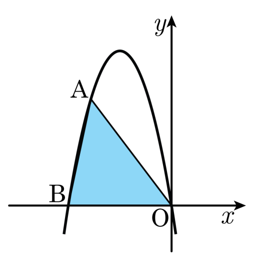
$$\begin{aligned} y &= x(24-x) \\ &= -x^2+24x \\ &= -(x-12)^2+144 \end{aligned}$$

$x=12$ 일 때, 최댓값 144를 갖는다.

$\therefore x=12,\ 24-x=12$

따라서 가로의 길이는 12 cm, 세로의 길이도 12 cm

29. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차 함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle$OAB 의 넓이의 최댓값은?

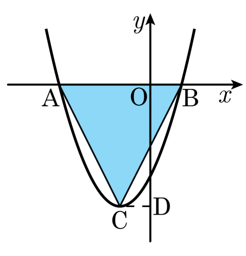


① 18　② 27　③ 36
④ 45　⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는$(-6,\ 0)$ 이다.
따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점
$(0,\ 0),\ (-6,\ 0)$ 을 지나므로,
$0 = c,\ 0 = -36 - 6b$
$b = -6,\ c = 0$
$y = -x^2 - 6x = -(x+3)^2 + 9$
$\triangle$OAB 에서 밑변의 길이를 $\overline{\mathrm{OB}}$ 라
고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle$OAB 의
넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 9)$ 이므로
$\triangle$OAB 의 넓이$= \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{OB}} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

30. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 A ,B , 꼭짓점을 C 라 할 때, △ABC 의 넓이는?

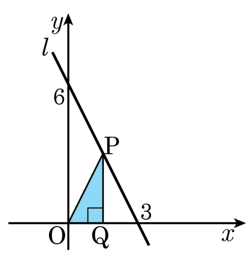


① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

해설

$y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4$
꼭짓점 C$(-1, -4)$
$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0$ 이므로
A$(-3, 0)$, B$(1, 0)$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

31. 다음 그림과 같이 직선 l 위를 움직이는 점 P 가 있다. x 축 위에 내린 수선의 발을 Q 라고 할 때, $\triangle$POQ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{4}$

해설

직선 l 은 두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ 6)$ 을 지나므로

$y = -2x + 6$

점 P 의 좌표를 $(a,\ b)$ 로 놓으면 $b = -2a + 6$

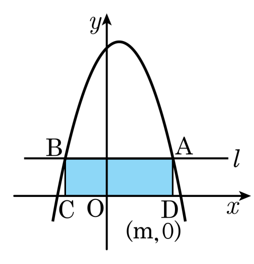
$$\begin{aligned} \triangle \mathrm{POQ} = \frac{1}{2}ab &= \frac{1}{2}a(-2a+6) \\ &= -a^2 + 3a \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1사분면 위의 점이므로

$a > 0,\ b = -2a + 6 > 0 \qquad \therefore\ 0 < a < 3$

따라서 $\triangle$POQ 의 넓이는 $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{9}{4}$ 를 갖는다.

32. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은?$\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ 10 ④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2 + m + 6$

(□ABCD둘레의 길이)

$= 2\left\{2\left(\mathrm{m} - \frac{1}{2}\right) - \mathrm{m}^2 + \mathrm{m} + 6\right\}$

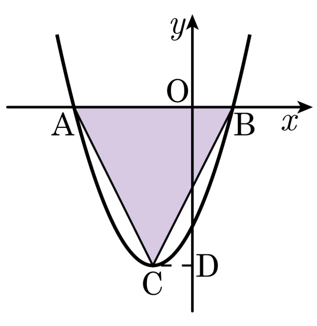
$= 2(2\mathrm{m} - 1 - \mathrm{m}^2 + \mathrm{m} + 6)$

$= 2(-\mathrm{m}^2 + 3\mathrm{m} + 5)$

$= -2\left(\mathrm{m} - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x축과 만나는 점을 A ,꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle$ABC 의 넓이는?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4$
C$(-1, -4)$
$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0$ 이므로
A$(-3, 0)$, B$(1, 0)$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

34. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: ____ 초 후

▷ 정답: 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면
$45 = 45 + 40x - 5x^2$
$5x^2 - 40x = 0$
$x^2 - 8x = 0$
$x(x - 8) = 0$
$x = 0$ 또는 $x = 8$
따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

35. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 5 초 후　② 7 초 후　③ 8 초 후

④ 10 초 후　⑤ 알 수 없다.

해설

$y = 50t - 5t^2$

$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t-5)^2 + 125$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

36. 가을 전어철을 맞아 전어의 어획량은 매일 현재 어획량의 10% 씩 늘어나고, 마리당 판매 가격은 매일 현재 가격의 5% 씩 줄어들고 있다. 며칠 후에 전어를 한꺼번에 팔아야 최대의 수입을 얻을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 일

▷ 정답 : 5 일

해설

현재의 전어의 양과 가격을 각각 m마리, p원 라고 할 때, x 일 후의 전어의 양과 가격은 각각

$m\left(1+\frac{1}{10}x\right)$마리, $p\left(1-\frac{1}{20}x\right)$ 원 이다.

이때, x 일 후의 수입을 y 원이라고 하면

$$\begin{aligned} y &= mp\left(1+\frac{1}{10}x\right)\left(1-\frac{1}{20}x\right) \\ &= mp\left(1+\frac{1}{20}x-\frac{1}{200}x^2\right) \\ &= -\frac{mp}{200}(x^2-10x-200) \\ &= -\frac{mp}{200}(x-5)^2+\frac{9}{8}mp \end{aligned}$$

따라서 $x = 5$ 일 때, y 는 최댓값을 가지므로 5 일 후에 팔면 최대의 수입을 얻을 수 있다.

37. 어느 공장에서 생산하는 제품은 50 개를 생산할 때까지는 개당 5000 원의 비용이 들어가고 51 개 부터는 생산량이 1 개씩 증가할 때마다 개당 10 원씩 추가로 감소한다. 예컨대 51 개, 52 개의 제품을 생산할 때의 생산 비용이 각각 개당 4990 원, 4980 원이다. 이 때 총 생산 비용이 최대가 될 때의 개당 생산 비용을 구하여라.

▶ 답: ______ 원

▷ 정답: 2750 원

해설

생산량을 x개라 하면

(1) $x \le 50$ 일 때

(총 생산 비용) $= 5000 \times x = 5000x$

따라서 $x = 50$ 일 때, 총 생산 비용의 최댓값은 250000 원이다.

(2) $x > 50$ 일 때

(개당 생산 비용) $= 5000 - 10(x - 50) - 10x + 5500$

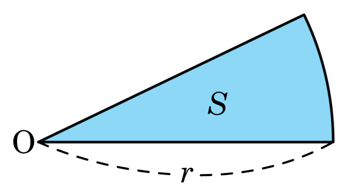
$$\begin{aligned}(\text{총 생산 비용}) &= (5500 - 10x)x \\ &= -10x^2 + 5500x \\ &= -10(x - 275)^2 + 756250\end{aligned}$$

따라서 $x = 275$ 일 때, 총 생산 비용의 최댓값은 756250 원이다.

(1), (2)에 의하면 생산량 275 개일 때, 총 생산 비용이 최대이다.

이 때, 개당 생산 비용은 2750 원이다.

38. 둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름의 길이가 $r$cm 일 때, 넓이를 $S\,\mathrm{cm}^2$ 라고 한다. S 가 최대일 때, r 의 값은? (단, 반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l 인 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}lr$ 임을 이용하여라.)



① 3　② 6　③ 7　④ 9　⑤ 10

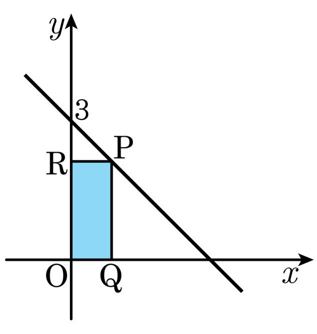
해설

둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름을 r cm 이라 하면 호의 길이는 $(12-2r)$ cm 이다.

$$(\text{부채꼴의 넓이}) = \frac{1}{2}r(12-2r) = -r^2+6r$$
$$= -(r-3)^2+9$$

따라서 $r=3$ 일 때, 부채꼴의 최대의 넓이는 9 이다.

39. 다음 그림과 같이 직선이 $y = -x + 3$ 의 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에서 내릴 수선의 발이 각각 Q, R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를 y 라고 한다. y 가 최대가 될 때, 점 P 의 좌표는?



① $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$　② $\left(0, \frac{3}{2}\right)$　③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$
④ $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$　⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$

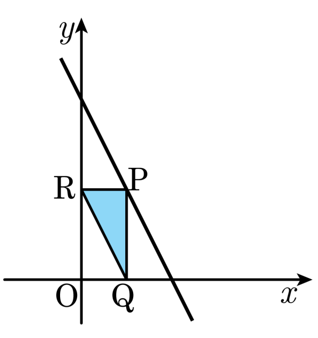
해설

점 P 의 좌표는 $(a, -a+3)$ 이고 넓이는 y 이므로

$$y = a(-a+3) = -a^2 + 3a$$
$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4}$$
$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$\therefore \mathrm{P}\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}+3\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

40. 다음 그림과 같이 직선 $y = -2x + 6$ 위의 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, △PRQ 의 넓이의 최댓값을 구하면? (단, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이다.)



① $\frac{9}{4}$　② $\frac{7}{4}$　③ $\frac{5}{4}$　④ $\frac{9}{2}$　⑤ $\frac{7}{2}$

해설

점 P 의 x 좌표를 a 라 하면
$P(a,\ -2a+6),\ Q(a,\ 0),\ R(0, -2a+6)$
△PRQ 의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}a(-2a+6)$$
$$= -a^2 + 3a$$
$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)$$
$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$a = \frac{3}{2}$ 일 때 최댓값 $\frac{9}{4}$