

1. 실수 a 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(a, n)$ 이라 할 때, 다음 물음에 답하여라. (단, n 은 2이상의 자연수 이다.)

$$f(-5, 5) + f(0, 5) + f(0, 6) + f(5, 6) \text{의 값은?}$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

(i) $a < 0$ 일 때,
 n 이 짝수이면 $f(a, n) = 0$, n 이 홀수이면 $f(a, n) = 1$ 이므로
 $f(-5, 5) = 1$

(ii) $a = 0$ 일 때,
 $f(a, n) = 1$ 이므로 $f(0, 5) = f(0, 6) = 1$

(iii) $a > 0$ 일 때,
 n 이 짝수이면 $f(a, n) = 2$ 이므로 $f(5, 6) = 2$
 $f(-5, 5) + f(0, 5) + f(0, 6) + f(5, 6) = 1 + 1 + 1 + 2 = 5$

2. 실수 a 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(a, n)$ 이라 할 때, 다음 물음에 답하여라. (단, n 은 2이상의 자연수 이다.)

다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단 k 는 자연수)

보기

㉠ $f(f(3, 4), 5) = f(5, f(3, 4))$

㉡ $f(a, 2k + 1) + f(a^2, 2k) = 3$

㉢ $a < 0$ 이면 $f(a, 2n) < f(a, 2n + 1)$ 이다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ (거짓)

$f(3, 4) = 2$ 이므로

$f(f(3, 4), 5) = f(2, 5) = 1$

$f(5, f(3, 4)) = f(5, 2) = 2$

㉡ (거짓)

(반례) $a = 0$ 일 때, $f(a, 2k + 1) = f(a^2, 2k) = 1$

㉢ (참)

(i) $a > 0$ 일 때, $f(a, 2n) = 2, f(a, 2n + 1) = 1$

$\therefore f(a, 2n) > f(a, 2n + 1)$

(ii) $a = 0$ 일 때, $f(a, 2n) = f(a, 2n + 1) = 1$

$\therefore f(a, 2n) = f(a, 2n + 1)$

(iii) $a < 0$ 일 때, $f(a, 2n) = 0, f(a, 2n + 1) = 1$

$\therefore f(a, 2n) < f(a, 2n + 1)$

따라서 $a < 0$ 이면 $f(a, 2n) < f(a, 2n + 1)$ 이다.

그러므로 옳은 것은 ㉢뿐이다.

3. 임의의 실수 x 의 네제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(2^{-2}) + f(-2^2) + f(2^0)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2^{-2} = \frac{1}{4} > 0$, $-2^2 = -4 < 0$, $2^0 = 1 > 0$ 이고 4는 짝수이므로

$$f(2^{-2}) + f(-2^2) + f(2^0)$$

$$= 2 + 0 + 2$$

$$4$$