

1. 점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 점 $(0, -3)$ 을 지나는 원의 반지름의 길이가 5 일 때, 양수 a 의 값은?

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

해설

점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 5 인
원의 방정식은 $\therefore (x - a)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$
이 점 $(0, -3)$ 을 지나므로 $(0 - a)^2 + (-3 - 1)^2 = 25$
 $a^2 = 9 \quad \therefore a = 3, (\because a > 0)$

2. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(2, 3)$ 을 지나는 원의 넓이는?

① 12π ② 14π ③ 16π ④ 18π ⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 을 변형하면

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$ 이므로

원의 중심의 좌표는 $(-2, 1)$

따라서, 중심이 $(-2, 1)$ 이고

반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$ 이고,

이 원이 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$r = \sqrt{(2 + 2)^2 + (3 - 1)^2} = 2\sqrt{5}$

따라서, 이 원의 넓이는 $\pi r^2 = 20\pi$

3. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ 의 중심과 점 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r^2$ 의 값은?

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$
 $\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 1$
 $\therefore$ 구하는 원은 $(-2, 5)$ 와 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다.
이 원은 중심이 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (1, 2)$
반지름이 $\frac{1}{2}\sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 3\sqrt{2}$
이므로 원의 방정식은
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$
 $\therefore a = 1, b = 2, r^2 = 18$
 $\therefore a + b + r^2 = 21$

4. 점 (5, 1)과 (-1, 7)을 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 12$ ② $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 15$

③ $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$ ④ $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 21$

⑤ $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 25$

해설

두 점의 중점을 C라 하면 C(2,4)

구하는 원의 반지름의 길이는

$$r = \sqrt{(2-(-1))^2 + (4-7)^2} = \sqrt{18}$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$$

5. 좌표평면에서 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이 있다. $(x, 15)$ 가 원 위의 점일 때, x 는?

① 10 ② 12.5 ③ 15 ④ 17.5 ⑤ 20

해설

두 점 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 의 중점 $(10, 0)$ 이 중심이고

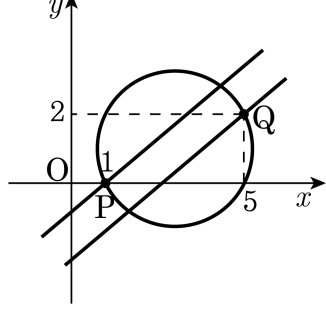
반지름은 15인 원이므로

$$(x - 10)^2 + y^2 = 225$$

$(x, 15)$ 가 이 방정식을 만족시키므로 대입하면,

$$(x - 10)^2 + 15^2 = 225 \quad \therefore x = 10$$

6. 다음 그림과 같이 좌표평면에서 평행한 두 직선에 의해 원의 넓이가 3 등분되었다. 원과 직선의 교점 P, Q의 좌표가 각각 (1, 0), (5, 2)이고, 원의 반지름의 길이가 r 일 때, r^2 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

평행한 두 직선에 의하여 원의 넓이가 3등분되었으므로
그림에서 두 점 P, Q는 원의 지름의 양 끝점이다.

따라서 구하는 원의 중심은 $\overline{PQ}$ 의 중점 C(3, 1)이므로,

$$r^2 = \overline{PC}^2 = (3 - 1)^2 + (1 - 0)^2 = 5 \text{ 이다.}$$

7. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 c 의 값의 범위를 정하면?

① $c < 1$ ② $c < 2$ ③ $c < 3$ ④ $c < 4$ ⑤ $c < 5$

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 5 - c$$

$$\therefore (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - c \quad \leftarrow \quad 5 - c = r^2$$

이 방정식의 그래프가 원이 되려면

$$5 - c > 0 \quad \leftarrow \quad r^2 > 0$$

$$\therefore c < 5$$

8. $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 4a^2 + 2a - 4 = 0$ 이 나타내는 자취의 최소 면적은 ?

① 2π

② 3π

③ 4π

④ 5π

⑤ 6π

해설

$$\text{준식} = x^2 + 2ax + y^2 - 4ay + 4a^2 + 2a - 4 = 0$$

$$\rightarrow (x + a)^2 + (y - 2a)^2 = a^2 - 2a + 4$$

그러므로 준식은 중심 $(-a, 2a)$ 이고

반지름이 $\sqrt{a^2 - 2a + 4}$ 이다.

$$\therefore \text{면적 } S = \pi(\sqrt{a^2 - 2a + 4})^2$$

$$= \pi(a^2 - 2a + 4) = \pi(a - 1)^2 + 3\pi$$

$\therefore a = 1$ 일 때 최소 면적 : 3π

9. a 를 임의의 실수라 하고, 원 $x^2 + y^2 + 2ax - 2ay + 8a - 15 = 0$ 의 넓이가 최소가 될 때, 원점에서 이 원의 중심까지의 거리는 ?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

원의 넓이가 최소가 되려면 반지름이 최소가 되어야 한다.

$$\begin{aligned}(x+a)^2 + (y-a)^2 &= 2a^2 - 8a + 15 \\ &= 2(a-2)^2 + 7 \\ &= (\text{반지름})^2\end{aligned}$$

따라서 $a = 2$ 일 때, 반지름은 최소이고

원의 중심은 $(-a, a) = (-2, 2)$

$\therefore$ (원점에서 중심까지의 거리)

$$= \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

10. 원 $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 20a - 25 = 0$ 의 넓이가 최소일 때, 이 원의 중심의 좌표가 (p, q) 이다. 이 때 $p - q$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 20a - 25 = 0$ 을

표준형으로 고치면

$$(x + a)^2 + (y - 2a)^2 = 5a^2 - 20a + 25$$

이 원의 넓이는

$$\pi(5a^2 - 20a + 25) = 5\pi(a - 2)^2 + 5\pi$$

따라서 $a = 2$ 일 때 넓이가 최소.

중심은 $(-2, 4)$

$$\therefore p = -2, q = 4$$

$$\therefore p - q = -6$$

11. x 축에 접하고 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나는 원 중, 반지름의 크기가 큰 원의 방정식을 구하면?

- ① $(x-3)^2 + (y-12)^2 = 169$ ② $x^2 + (y-5)^2 = 169$
③ $x^2 + (y-5)^2 = 25$ ④ $(x-8)^2 + (y-13)^2 = 169$
⑤ $(x-8)^2 + (y-13)^2 = 25$

해설

구하는 원의 중심을 (a, b) 라고 하면
 x 축에 접하는 원의 방정식은
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$
이 원이 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나므로
 $(3-a)^2 + (1-b)^2 = b^2 \dots\dots ㉠$
 $(-4-a)^2 + (8-b)^2 = b^2 \dots\dots ㉡$
㉠ - ㉡에서
 $b = a + 5 \dots\dots ㉢$
㉢을 ㉠에 대입하면
 $a^2 - 8a = a(a-8) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 8$
㉢에서 $a = 0$ 일 때 $b = 5$, $a = 8$ 일 때 $b = 13$
따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2 + (y-5)^2 = 5^2$
또는 $(x-8)^2 + (y-13)^2 = 13^2$

12. 중심이 직선 $3x + y = 12$ 의 제 1 사분면 위에 있고, x 축과 y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 중심이 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

중심의 좌표는 (r, r) 이다.

따라서, 구하는 원의 방정식을

$$(x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

한편, 점 (r, r) 는 직선 $3x + y = 12$ 위에 있으므로 $3r + r = 12$

$$\therefore r = 3$$

따라서, 구하는 원의 방정식은 $\textcircled{1}$ 에서 $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 3^2$

13. 두 점 A(1, 0), B(4, 0) 에서의 거리의 비가 2 : 1 이 되도록 움직이는 점 P 의 자취는 원이다. 이 원의 둘레의 길이는?

① 2π ② $2\sqrt{3}\pi$ ③ 4π ④ $2\sqrt{5}\pi$ ⑤ 8π

해설

점 P 의 자취는 점 A, B 의 내분점, 외분점을
지름의 양끝으로 하는 원과 같다.

$$\Rightarrow \text{내분점은 } \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, 0 \right) = (3, 0)$$

$$\Rightarrow \text{외분점은 } \left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1}, 0 \right) = (7, 0)$$

$\therefore$ 중심은 (5, 0) 이고, 반지름은 2 인 원

$$\Rightarrow \text{둘레의 길이는 } 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

14. 두 점 A(-8, -2), B(2, 8) 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = 27$ 위를 움직이는 점을 P 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 무게 중심 G 는 어떻게 움직이는가?

- ① $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$ ② $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$
③ $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 2$ ④ $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 3$
⑤ $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$

해설

$$P(a, b) \quad a^2 + b^2 = 27$$

$$\begin{aligned} \text{무게중심 } G(x, y) &= \left(\frac{-8+2+a}{3}, \frac{-2+8+b}{3} \right) \\ &= \left(\frac{a-6}{3}, \frac{b+6}{3} \right) \end{aligned}$$

$$X = \frac{a-6}{3}, \quad Y = \frac{b+6}{3}$$

$a = 3X + 6, b = 3Y - 6$ $a^2 + b^2 = 27$ 에 대입하면,

$$(3X+6)^2 + (3Y-6)^2 = 27$$

$$\therefore (X+2)^2 + (Y-2)^2 = 3$$

따라서 G(X, Y) 의 자취는 $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 3$

15. 중심이 A(3, k) 이고 x 축에 접하는 원 C₁ 과 중심이 B(k, 3) 이고 y 축에 접하는 원 C₂ 에 대하여 두 원 C₁, C₂ 가 서로 접할 때, 양수 k 의 값을 구하면?

- ① $-1 + \sqrt{2}$
 ② $-2 + 2\sqrt{2}$
 ③ $-3 + 3\sqrt{2}$
- ④ $-4 + 4\sqrt{2}$
 ⑤ $-5 + 5\sqrt{2}$

해설

중심이 A(3, k) 이고 x 축에 접하는 원은 반지름의 길이가 k 이므로

$$C_1 : (x - 3)^2 + (y - k)^2 = k^2$$

중심이 B(k, 3) 이고 y 축에 접하는 원은 반지름의 길이가 k 이므로

$$C_2 : (x - k)^2 + (y - 3)^2 = k^2$$

두 원의 중심 A, B 사이의 거리는

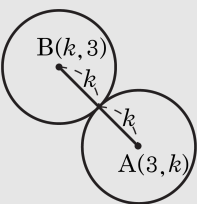
$$\overline{AB} = \sqrt{(k - 3)^2 + (3 - k)^2} = \sqrt{2(k - 3)^2}$$

이 때, 두 원이 외접하려면 중심거리 $\overline{AB}$ 가 두 원의 반지름의 길이의 합과 같아야 하므로

$$\sqrt{2(k - 3)^2} = 2k \text{ 이 식의 양변을 제곱하여 정리하면 } k^2 + 6k - 9 = 0$$

$\therefore k = -3 \pm 3\sqrt{2}$ 그런데 k 는 양수이므로

$$k = -3 + 3\sqrt{2} (k = -3 - 3\sqrt{2} < 0)$$



16. 두 원 $x^2 + y^2 - 5 = 0$, $x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$ 의 교점과 점(1,1)을 지나는 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 일 때, $A + B - C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + y^2 - 5 = 0, x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$$

교점을 지나는 원의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 5)m + x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$$

의 꼴이고, 이 원이 점 (1,1)을지나므로

$$(1 + 1 - 5)m + 1 + 1 - 3 - 1 - 4 = 0$$

$$\therefore m = -2$$

이 값을 대입하고 정리하면

$$x^2 + y^2 + 3x + y - 6 = 0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = 3, B = 1, C = -6$$

$$\text{그러므로 } A + B - C = 10$$

17. 두 원 $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$, $2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2 = 0$ 의 공통현이 직선 $y = -3x - 1$ 과 직교할 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 4
- ④ 8
- ⑤ 16

해설

두 원의 공통현의 방정식은
 $2(x^2 + y^2 - x + 2y - 3) - (2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2) = 0$
즉, $4x + (4 - a)y - 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
직선 $\textcircled{1}$ 과 직선 $y = -3x - 1$ 은 직교하므로
 $\frac{-4}{4 - a} \times (-3) = -1$ 에서 $a = 16$

18. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x + 6y = 7$ 의 공통현의 길이를 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

두 원의 교점을 P, Q 라 하고 $\overline{PQ}$ 의 중점을 H 라 하면
 $\triangle OPH$ 는 직각삼각형이고,

$\overline{OP}$ 의 길이는 원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 반지름이므로 1 이다.

두 원의 공통현의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 1) - (x^2 + y^2 - 6x + 6y - 7) = 0,$$

$$\text{즉 } x - y + 1 = 0 \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 중심 O(0, 0) 에서

직선 $\textcircled{1}$ 에 이르는 거리

$$\overline{OH} = \frac{|0 - 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{PH} &= \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OH}^2} \\ &= \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

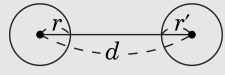
$$\therefore \overline{PQ} = 2\overline{PH} = \sqrt{2}$$

19. 두 원 $C_1 : x^2 + y^2 = r^2$, $C_2 : (x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 4$ 에 대하여 공통 접선의 개수가 4개가 되도록 하는 양의 정수 r 의 개수는?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

공통접선이 4개인 경우 $r + r' < d$ 인 경우



$$C_1 \Rightarrow (0, 0) \quad r = r'$$

$$C_2 \Rightarrow (6, 8) \quad r = 2$$

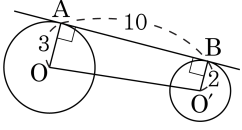
$$\text{중심거리 } (d) = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\therefore r + 2 < 10$$

$$r < 8 \quad (\text{단, } r > 0)$$

r 의 갯수는 $r = 1, 2, 3 \dots 7$ 이므로 7개이다.

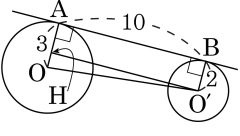
20. 다음 그림의 두 원 O, O' 에서 공통접선 AB 의 길이가 10 이고, 두 원의 반지름의 길이가 각각 3, 2 일 때, 두 원의 중심거리는?



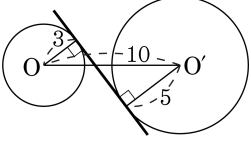
- ① $\sqrt{101}$ ② $\sqrt{103}$ ③ $\sqrt{105}$ ④ $\sqrt{106}$ ⑤ $\sqrt{107}$

해설

중심 O' 에서 선분 AO 에 내린
수선의 발을 H 라 하면,
직각삼각형 $OO'H$ 에서
 $OO' = \sqrt{10^2 + (3-2)^2} = \sqrt{101}$



21. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

22. 두 원 $(x-a)^2 + (y-2)^2 = 9$, $(x-1)^2 + (y+a)^2 = 1$ 이 직교할 때 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 원의 중심이 각각 $(a, 2)$, $(1, -a)$ 이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-1)^2 + (2+a)^2}$ 이다.
두 원의 반지름은 각각 3, 1이므로
직교하기 위한 조건은
 $(a-1)^2 + (2+a)^2 = 3^2 + 1^2$
 $\therefore 2a^2 + 2a - 5 = 0$
근과 계수와의 관계로부터 두 근의 합은 -1

23. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0, \quad 3x - 4y + 6 = 0$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0개

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$
따라서 , 원의 중심 $(1, -2)$ 에서 직선
 $3x - 4y + 6 = 0$ 까지의 거리 d 는
$$d = \frac{|17|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{17}{5}$$

이때, $\frac{17}{5} > 2$ 이므로 원과 직선은 만나지 않는다.
∴ 교점의 개수 : 0개

24. 원 $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ 과 직선 $3x + 4y - a = 0$ 이 서로 접할 때, 모든 a 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

원의 방정식을 표준형으로 바꾸면

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$$

원의 중심 $(3, 1)$ 에서 직선까지의 거리 d 가 2 이면 접하므로

$$d = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 - a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$\therefore |13 - a| = 10 \Leftrightarrow 13 - a = \pm 10$$

따라서, $a = 3$ 또는 23 이므로

모든 a 값들의 합은 26

25. 직선 $3x + 4y + a = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 19개

해설

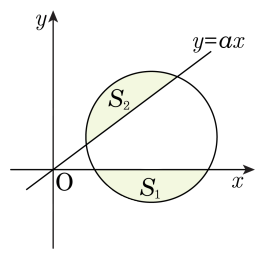
직선이 원과 서로 다른 두 점에서 만나려면
원의 중심에서 직선까지의 거리(d) 보다
원의 반지름 (r) 이 크다.

$$d = \frac{|3 \times 0 + 4 \times 0 + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|a|}{5} < 2 = r$$

$$\frac{|a|}{5} < 2, |a| < 10, -10 < a < 10$$

$$a = -9, -8, -7, -6, \dots, 6, 7, 8, 9 \therefore 19 \text{개}$$

26. 아래 그림에서 원 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 직선 $y = ax$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 = S_2$ 일 때, $100a$ 의 값을 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

$S_1 = S_2$ 이면, 중심 $(3, 1)$ 에서
 직선 $y = ax$ 까지 거리는 1 이다.
 따라서 $1 = \frac{|3a - 1|}{\sqrt{a^2 + 1}}$ 이고 $a = \frac{3}{4}$ 이다.
 $\therefore 100a = 75$

27. 점 $(1, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접선을 그을 때 접선의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원의 중심과 점 $(1, 3)$ 사이의 거리는 $\sqrt{10}$ 이므로
피타고라스의 정리에 의해 접선의 길이는 $\sqrt{10 - 1} = 3$

28. 직선 $x + 3y - k = 0$ 이 원 $(x - 5)^2 + y^2 = 3$ 의 넓이를 이등분할 때, k 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

따라서 원의 중심 (5, 0)이 직선 위에 있으므로 $5 - k = 0$

$\therefore k = 5$

29. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 A(1,2)에서 그은 접선의 방정식은?

① $-2x + y + 5 = 0$

② $-2x + y - 3 = 0$

③ $x - y + 5 = 0$

④ $x + 2y + 5 = 0$

⑤ $x + 2y - 5 = 0$

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \quad \therefore x + 2y - 5 = 0$$

30. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하고 기울기가 1인 접선의 방정식은 $y = x \pm$ ()이다. ()안의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

직선과 원이 접하면 원의 중심에서 직선에 이르는 거리는 반지름과 같다.

$y = x + k$ 라 하면

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2, \quad k = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore y = x \pm 2\sqrt{2}$$

31. 점 $(3, -1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 두 접선과 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값은?

① 33 ② 35 ③ 45 ④ 49 ⑤ 55

해설

접선의 기울기를 m 이라고 하면 점 $(3, -1)$ 에서 원에 그은 접선의 방정식을 $y + 1 = m(x - 3)$ 이라 하자.

이 때, 원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선 $y + 1 = m(x - 3)$ 에 이르는 거리가 반지름의 길이 $\sqrt{5}$ 와 같으므로

$$\frac{|-3m - 1|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}, |3m + 1| = \sqrt{5(m^2 + 1)}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $2m^2 + 3m - 2 = 0, (2m - 1)(m + 2) = 0$

$\therefore m = \frac{1}{2}$ 또는 $m = -2$

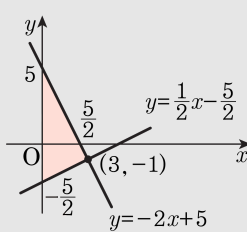
즉, 구하는 접선의 방정식은

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}, y = -2x + 5$$

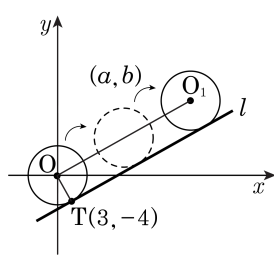
따라서 구하는 삼각형의 넓이 S 는

$$S = \frac{1}{2} \times \left\{ 5 - \left(-\frac{5}{2} \right) \right\} \times 3 = \frac{45}{4}$$

$\therefore 4S = 45$



32. 다음 그림과 같이 원점을 중심으로 하는 원 O 가 점 $T(3, -4)$ 에서 직선 l 에 접하고 있다. 직선 l 을 따라 원 O 를 굴려서 생긴 원 O' 의 방정식을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$ 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

직선 l 이 점 $T(3, -4)$ 에서 원 O 와 접하므로 직선 OT 과 직선 l 은 수직이다.

이 때, 직선 OT 의 기울기는 $-\frac{4}{3}$ 이므로

직선 l 의 기울기는 $\frac{3}{4}$ 이다.

한 편, 원 O' 의 중심이 (a, b) 이므로

$\frac{b}{a}$ 의 값은 직선 OO' 의 기울기와 같고,

직선 OO' 과 직선 l 은 서로 평행하다.

$\therefore \frac{b}{a} = (\text{직선 } OO' \text{의 기울기}) = (\text{직선 } l \text{의 기울기}) = \frac{3}{4}$

33. 다음 두 원의 공통접선의 방정식을 구하면?

$x^2 + y^2 = 16, \quad x^2 + (y - 5)^2 = 9$

- ① $y = \pm \sqrt{6}x + 10$

② $y = \pm 2\sqrt{6}x + 20$

③ $y = \pm 3\sqrt{6}x + 30$

④ $y = \pm 4\sqrt{6}x + 40$

⑤ $y = \pm 5\sqrt{6}x + 50$

해설

$x^2 + y^2 = 16 \dots\dots ㉠,$
 $x^2 + (y - 5)^2 = 9 \dots\dots ㉡$
공통접선의 방정식을
 $y = ax + b \dots\dots ㉢$ 로 놓는다.
이때, 원 ㉠과 직선 ㉢이 접하므로
 $\frac{|b|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 4$
 $\therefore |b| = 4\sqrt{a^2 + 1} \dots\dots ㉣$
또, 원 ㉡과 직선 ㉢도 접하므로
 $\frac{|-5 + b|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 3$
 $\therefore |b - 5| = 3\sqrt{a^2 + 1} \dots\dots ㉤$
그런데 $b \neq 0$ 이므로 ㉣ $\div$ ㉤을 하면
 $\frac{|b - 5|}{b} = \frac{3}{4}$
 $4|b - 5| = 3|b|, \quad 4(b - 5) = \pm 3b$
 $\therefore b = 20$ 또는 $b = \frac{20}{7}$
(i) $b = 20$ 일 때, ㉣에서 $\sqrt{a^2 + 1} = 5$
 $\therefore a = \pm 2\sqrt{6}$
(ii) $b = \frac{20}{7}$ 일 때, ㉣에서
 $\sqrt{a^2 + 1} = \frac{5}{7}$ 이고,
이것을 만족하는 실수 a 는 없다.
(i), (ii)로부터 $a = \pm 2\sqrt{6}, b = 20$ 이므로
구하는 공통접선의 방정식은
 $y = \pm 2\sqrt{6}x + 20$

34. 다음 두 원의 공통접선의 방정식을 구하면?

$x^2 + y^2 = 4 \text{ , } (x - 5)^2 + y^2 = 25$

- ① $y = \pm \frac{3}{4}x \pm \frac{5}{2}$ (복부호 동순)
- ② $y = \pm \frac{4}{5}x \pm 2$ (복부호 동순)
- ③ $y = \pm \frac{5}{6}x \pm \frac{7}{5}$ (복부호 동순)
- ④ $y = \pm \frac{9}{10}x \pm \frac{11}{8}$ (복부호 동순)
- ⑤ $y = \pm \frac{10}{11}x \pm \frac{4}{3}$ (복부호 동순)

해설

$x^2 + y^2 = 4 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \Gamma}$

$(x - 5)^2 + y^2 = 25 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \Delta}$

공통접선의 방정식을 $y = ax + b$

$\cdots \cdots \textcircled{\tiny \ominus}$ 로 놓으면

원 $\textcircled{\tiny \Gamma}$ 과 직선 $\textcircled{\tiny \ominus}$, 즉 $ax - y + b = 0$ 이
접하므로

$\frac{|b|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 2$

$\therefore |b| = 2\sqrt{a^2 + 1} \cdots \cdots \textcircled{\tiny \Theta}$

또, 원 $\textcircled{\tiny \Delta}$ 도 직선 $\textcircled{\tiny \ominus}$, 즉 $ax - y + b = 0$ 과 접하므로

$\frac{|5a + b|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 5$

$\therefore |5a + b| = 5\sqrt{a^2 + 1} \cdots \cdots \textcircled{\tiny \oplus}$

그런데 $b \neq 0$ 이므로 $\textcircled{\tiny \Theta} \div \textcircled{\tiny \oplus}$ 을 하면

$\frac{|5a + b|}{|b|} = \frac{5}{2}$

$2|5a + b| = 5|b|, 2(5a + b) = \pm 5b$

$\therefore b = -\frac{10}{7}a$ 또는 $b = \frac{10}{3}a$

(i) $b = -\frac{10}{7}a$ 일 때, $\textcircled{\tiny \Theta}$ 에서

$\frac{10}{7}|a| = 2\sqrt{a^2 + 1}, 5|a| = 7\sqrt{a^2 + 1}$

양변을 제곱하여 정리하면

$24a^2 + 49 = 0$

이것을 만족하는 실수 a 는 없다.

(ii) $b = \frac{10}{3}a$ 일 때, $\textcircled{\tiny \Theta}$ 에서

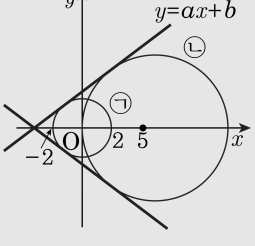
$\frac{10}{3}|a| = 2\sqrt{a^2 + 1}, 5|a| = 3\sqrt{a^2 + 1}$

양변을 제곱하여 정리하면 $16a^2 = 9, a^2 = \frac{9}{16}$

$\therefore a = \pm \frac{3}{4}, b = \pm \frac{5}{2}$ (복부호 동순)

(i), (ii)로부터 구하는 공통접선의 방정식은

$y = \pm \frac{3}{4}x \pm \frac{5}{2}$ (복부호 동순)



35. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ 의 공통접선의 방정식을 구하면?

① $x = -2$, $y = -1$

② $x = 1$, $y = 1$

③ $x = -1$, $y = 1$

④ $x = 1$, $y = -1$

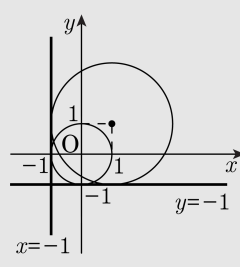
⑤ $x = -1$, $y = -1$

해설

그림을 그려보면 두 개의 공통접선이

존재하고 그 식은 각각

$x = -1$, $y = -1$

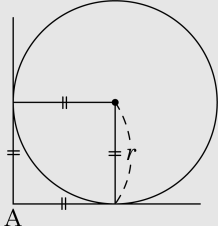


36. 좌표평면 위에 원 $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = r^2$ 과 원 밖의 점 A(2, 1)이 있다. 점 A 에서 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 반지름의 길이 r 의 값은?

- ① 3
- ② $\sqrt{10}$
- ③ $\sqrt{11}$
- ④ $\sqrt{13}$
- ⑤ $\sqrt{14}$

해설

두 접선이 서로 수직이면 그림처럼 한 변이 r 인 정사각형이 된다.
따라서 원 중심에서 A까지의 거리는 $\sqrt{2}r$ 이 된다.



$$\therefore \sqrt{(5-2)^2+(4-1)^2} = \sqrt{2}r$$

$$\therefore r = 3$$

37. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $3x + 4y + 10 = 0$ 과의 최소거리와 최대거리의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

먼저 원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times 4 + 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

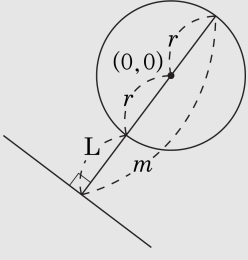
⇒ 반지름보다 크므로 위의 그림과 같이 직선이 원 밖에 위치한다.

∴ 최소거리는 $L =$ 중심사이의 거리 - 반지름

$$= 2 - 1 = 1$$

∴ 최대거리는 $m =$ 중심사이의 거리 + 반지름

$$= 2 + 1 = 3$$



38. 두 점 A(2, 6), B(5, 2) 가 있다. 점 $P(x, y)$ 가 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위를 움직일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 한다. $M + m$ 의 값은?

- ① 24
- ② 26
- ③ 28
- ④ 30
- ⑤ 32

해설

$\triangle ABP$ 의 넓이는 다음 그림과 같이 P 가 I 일 때 최댓값, II 일 때 최솟값을 가진다.

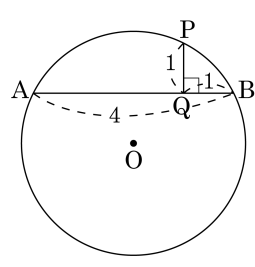
$\overline{AB}$ 의 방정식이 $y = \frac{2-6}{5-2}(x-2) + 6$
 $\Rightarrow 4x + 3y - 26 = 0$

$\therefore \triangle ABP_2 = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times (\frac{|-26|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} - 2)$
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times (\frac{26}{5} - 2)$

$\triangle ABP_1 = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times (\frac{|-26|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} + 2)$
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times (\frac{26}{5} + 2)$

$\Rightarrow M + m = 26$

39. 다음 그림과 같이 한 원 O의 호와 현으로 이루어진 도형에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{PQ} = \overline{BQ} = 1$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이의 제곱을 구하여라.

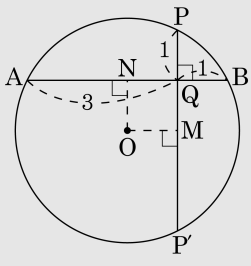


▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

그림과 같이 $\overline{PQ}$ 의 연장선과 원 O의 교점을 P' 이라 하면
 $\overline{P'Q} = 3$ ($\because \overline{PQ} \cdot \overline{P'Q} = \overline{AQ} \cdot \overline{BQ}$)
 또, 원 O의 중심에서 $\overline{AB}, \overline{PP'}$ 에 내린 수선의 발을 각각 N, M이라 하면
 원의 중심에서 현에 그은 수선은 현을 수직이등분하므로
 $\overline{NB} = \overline{PM} = 2$
 따라서 $\overline{NQ} = \overline{QM} = 1$ 이 되므로
 $\square OMQN$ 은 정사각형이다.
 $\therefore \overline{OM} = 1, \overline{PM} = 2$
 그러므로 피타고라스의 정리에 의하여
 $r = \overline{OP} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$
 $r^2 = 5$



40. 원 $x^2 + (y - 1)^2 = 2$ 의 x 축의 위에 있는 부분과 그 부분을 x 축에 대하여 대칭 이동하여 생기는 도형으로 둘러싸인 부분의 넓이는?
- ① $\pi + 1$ ② $\pi + 2$ ③ $3\pi + 1$
 ④ $3\pi + 2$ ⑤ $3\pi + 4$

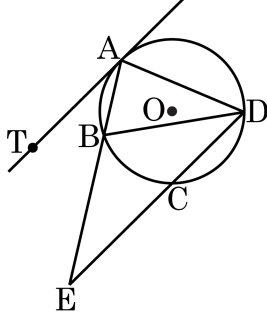
해설

(구하는 넓이)

$$= \left\{ \pi \times (\sqrt{2})^2 \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \right\} \times 2$$

$$= 3\pi + 2$$

41. 네 개의 점 A, B, C, D가 한 원 O 위에 있고, 직선 AT는 원 O의 접선이며, $\overline{CD} \parallel \overline{TA}$ 이다. 또, 점 E는 직선 CD와 AB가 만나는 점일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB} = 3, \overline{BE} = 6$)



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

현 AB에 대하여 $\angle BAT = \angle BDA$
 또한, $\overline{ED} \parallel \overline{TA}$ 이므로
 $\angle DEA = \angle EAT$ 이다.
 $\therefore \angle DEA = \angle BDA$ ($\because$ 접선과 현이 이루는 각과 원주각은 같다.)
 따라서 $\triangle EAD \sim \triangle DAB$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AE} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{AB}$, $9 : x = x : 3$
 $\therefore x^2 = 27$ $\therefore x = 3\sqrt{3}$ ($\because x > 0$)

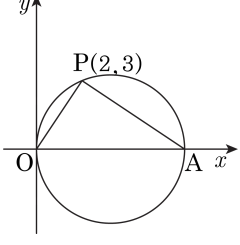
42. 다음 그림과 같이 선분 OA 를 지름으로 하는 원 위에 한 점 P(2, 3) 이 있다. 이 때, 점 A 의 x 좌표를 구하면?

- ① $\frac{9}{2}$

② $\frac{11}{2}$

③ $\frac{13}{2}$
- ④ $\frac{15}{2}$

⑤ $\frac{17}{2}$



해설

점 A 의 x 좌표를 a 라 하면
삼각형 OAP 가 직각삼각형이므로,
 $a^2 = (2^2 + 3^2) + (a - 2)^2 + 3^2$
 $a^2 = a^2 - 4a + 26$
따라서 $a = \frac{13}{2}$

해설

반원의 원주각은 90° 이므로 $\angle OPA = 90^\circ$
따라서, 직선 OP 와 직선 AP 의 기울기의 곱은 -1 이다.
점 A 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면
 $\frac{3 - 0}{2 - a} \times \frac{3}{2} = -1, 2a - 4 = 9$
따라서 $a = \frac{13}{2}$
A 의 x 좌표는 $\frac{13}{2}$ 이다.

43. 좌표평면 위의 두 점 A(8, 0), B(0, 6) 에 대하여 삼각형 OAB 의 외접원의 방정식이 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 일 때, 세 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라. (단, O 는 원점)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\angle AOB = 90^\circ$ 이므로 선분 AB 는 외접원의 지름이다.

$\overline{AB} = 10$ 이고 원의 중심은 $C(4, 3)$ 이므로 원의 방정식은 $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$

이 식을 정리하면 $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$

$a = -8, b = -6, c = 0$

$\therefore abc = 0$

44. 다음은 삼각형 ABC의 각 꼭짓점을 지나는 원에 대한 어떤 성질을 설명한 것이다.

그림처럼 세 점 A, D, F를 지나는 원 C_1 과 세 점 B, D, E를 지나는 원 C_2 의 교점 P가 삼각형 ABC의 내부에 존재하도록 세 변 AB, BC, CA 위에 각각 점 D, E, F를 잡는다.

$\angle DPF + \boxed{\text{가}} = 180^\circ$
 $\angle DPE + \boxed{\text{나}} = 180^\circ$
 $\angle DPF + \angle DPE = 360 - (\boxed{\text{가}} + \boxed{\text{나}})$ 에서
 $\angle FPE = \boxed{\text{가}} + \boxed{\text{나}}$
 $\therefore \angle FPE + \angle C = 180^\circ$
 따라서 세 점 C, F, E를 지나는 원을 C_3 라 할때, 다

(가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- ① (가) $\angle A$, (나) $\angle B$, (다) C_1, C_2, C_3 은 한 점 P에서 만난다.
 ② (가) $\angle B$, (나) $\angle A$, (다) C_1, C_2, C_3 은 한 점 P에서 만난다.
 ③ (가) $\angle A$, (나) $\angle B$, (다) C_3 의 내부에 점 P가 존재한다.
 ④ (가) $\angle B$, (나) $\angle A$, (다) C_3 의 내부에 점 P가 존재한다.
 ⑤ (가) $\angle A$, (나) $\angle B$, (다) C_3 의 외부에 점 P가 존재한다.

해설

□ADPF에서 $\angle DPF + \angle A = 180^\circ$
 □BEPD에서 $\angle DPE + \angle B = 180^\circ$
 따라서 $\angle DPF + \angle DPE = 360^\circ - (\angle A + \angle B)$
 $\angle FPE = \angle A + \angle B$
 $\therefore \angle FPE + \angle C = 180^\circ$
 따라서 세 점 C, F, E를 지나는 원을 C_3 라 할 때,
 세 원 C_1, C_2, C_3 는 한 점 P에서 만난다.

45. 지름의 길이가 15 cm 인 원에 내접하며 둘레의 길이가 42 cm 인 직사각형의 두 변의 길이는?

- ① 6 cm, 8 cm ② 6 cm, 10 cm ③ 6 cm, 12 cm
④ 9 cm, 10 cm ⑤ 9 cm, 12 cm

해설

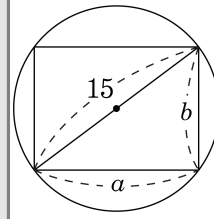
i) $a + b = \frac{42}{2} = 21$

ii) $a^2 + b^2 = 15^2$

i), ii) 를 연립하면, $a^2 + (21 - a)^2 - 225 = 0$

$\Rightarrow a = 12, 9$

$\therefore$ 두 변의 길이는 12 cm, 9 cm

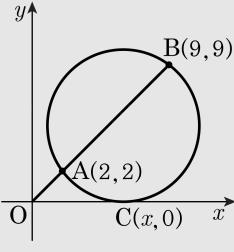


46. 좌표평면 위의 두 점 (2, 2), (9, 9) 를 지나고 x 축의 양의 부분과 접하는 원 O 의 접점의 x 좌표는 ?

- ① $\frac{9}{2}$
- ② 5
- ③ $\frac{11}{2}$
- ④ 6
- ⑤ $\frac{13}{2}$

해설

그림에서 $\overline{OC}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$



$$x^2 = \sqrt{2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{9^2 + 9^2} = 36 \quad x = 6$$

47. 원 $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 과 함수 $y = \frac{3}{2x}$ 의 그래프가 만나는 모든 교점의 x 좌표를 a, b, c, d 라 할 때, $4abcd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y = \frac{3}{2x}$ 을 $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 에 대입하면

$$x^2 + \frac{9}{4x^2} = \frac{13}{4}$$

$x \neq 0$ 이므로 양변에 $4x^2$ 을 곱하고 정리하면

$$4x^4 - 13x^2 + 9 = (x^2 - 1)(4x^2 - 9) = 0$$

$$\therefore x = \pm 1, \pm \frac{3}{2}$$

따라서 구하는 답은

$$4 \times (-1) \times 1 \times \frac{3}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4} \times 4 = 9$$

48. 곡선 $(x-y+1)+m(x^2+y^2-1)=0$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, m 은 임의의 상수)

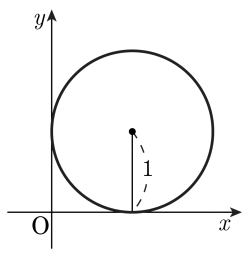
- (I) 항상 $(0, 1)$ 과 $(-1, 0)$ 을 지난다.
 (II) $x - y + 1 = 0$ 과 $x^2 + y^2 = 1$ 의 교점을 지나는 모든 원을 표시 할 수 있다.
 (III) 위의 곡선으로 표시 할 수 있는 유일한 직선은 $y = x + 1$ 이다.

- ① I ② II ③ III
④ I, II ⑤ I, III

해설

준 직은 $x^2 + y^2 - 1 = 0$ 과 $x - y + 1 = 0$ 의
 교점을 지나는 도형의 방정식이다.
 $m = 0$ 일 때만 $x - y + 1 = 0$ 이 되어
 직선을 나타내며, 그 외에는 항상 원을 나타낸다.
 단, m 의 값이 어떤 실수로 주어져도
 $x^2 + y^2 - 1 = 0$ 인 원은 나타낼 수 없다.

49. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원이 x 축, y 축에 동시에 접하고 있다. 이 원 위의 점 (x, y) 에 대하여 $\frac{y+2}{x+1}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{y+2}{x+1} = k$ 라 하면 직선 $y+2 = k(x+1)$ 은

k 값에 관계없이 점 $(-1, -2)$ 를 지난다.

이 때, 기울기 k 는 직선이 원에 접할 때 최댓값과 최솟값을 갖는다.

$$\frac{|k-1+k-2|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$$

$$|2k-3| = \sqrt{k^2+1}$$

$$4k^2 - 12k + 9 = k^2 + 1$$

$$3k^2 - 12k + 8 = 0$$

최댓값과 최솟값은 이 방정식의 해이므로

근과 계수와의 관계에 의해 합은 4이다.

50. $y = x^2 - 2$ 위의 점 P에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접선을 그을 때, 그 접점을 Q라고 하자. 선분 PQ의 길이의 최솟값은 ?

- ① 1 ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

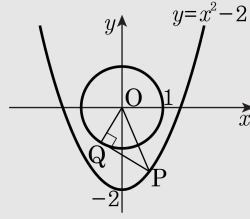
해설

P($x, x^2 - 2$), O(0,0) 라고 하면 $\triangle OPQ$ 는 직각삼각형이다.

$$\begin{aligned}\overline{PQ}^2 &= \overline{OP}^2 - \overline{OQ}^2 \\ &= x^2 + (x^2 - 2)^2 - 1 \\ &= x^4 - 3x^2 + 3 \\ &= \left(x^2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

$\overline{PQ}^2$ 의 최솟값은 $x^2 = \frac{3}{2}$ 일 때, $\frac{3}{4}$ 이다.

따라서, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.



51. 이차방정식 $x^2 + y^2 = 2|x|$ 과 $x^2 + y^2 = 2|x+y|$ 의 공통근의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$x^2 + y^2 = 2 |x| \cdots \textcircled{7}$$

$$x^2 + y^2 = 2 |x + y| \cdots \textcircled{L}$$

㉠)과 ㉡)에서 $2 \mid x \Rightarrow 2 \mid x + y$

$$\therefore x + y = \pm x$$

$$\therefore y = 0 \text{ 또는 } y = -2x \cdots \textcircled{c}$$

㉠과 ㉡의 교점의 개수는 다음 그림

에서 5개이다.

실제로, 교점을 구하면

$(0, 0), (\pm 2, 0),$

$$\left(\pm \frac{2}{5}, \mp \frac{4}{5} \right)$$

(복부호동순)

