

1. 다음 중 이차함수인 것은?

① $y = x^2 + x - x^2$

② $y = 0 \cdot x^2 + 3$

③ $y = x^2(-x^2 + 4x + 5)$

④ $y = x^2 + x + 3 - 2x^2$

⑤ $y = \frac{1}{x^2} + x - 1$

해설

① $y = x^2 + x - x^2 = x$ 이므로 일차함수이다.

② $y = 0 \cdot x^2 + 3 = 3$ 이므로 상수함수이다.

③ $y = x^2 + (-x^2 + 4x + 5) = 4x + 5$ 이므로 일차함수이다.

⑤ $y = \frac{1}{x^2} + x - 1$ 는 분수함수이다.

2. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $f(2)$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = 3$ 이다.

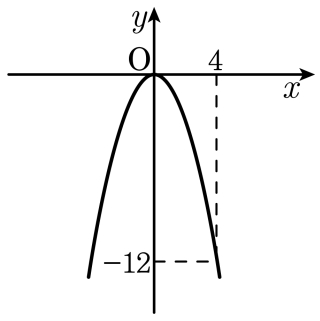
3. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 점 (3, 6) 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(3) = 2 \times 3^2 - 3a + 3 = 6, \quad 21 - 3a = 6 \\ \therefore a = 5$$

4. 다음 그림과 같이 $x = 4$ 일 때, $y = -12$ 인 이차함수 $y = ax^2$ 이 있다.
이 이차함수와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



① $y = -\frac{3}{4}x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = \frac{3}{4}x^2$

④ $y = -x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, -12)$ 를 대입하면 $a = -\frac{3}{4}$

따라서 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = \frac{3}{4}x^2$ 이다.

5. $y = -\frac{1}{4}x^2 + q$ 의 그래프가 점 (2, 5)을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① (0, 1) ② (0, 3) ③ (0, 6)
④ (2, 5) ⑤ (4, 6)

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + q$ 에 (2, 5)를 대입하면

$$5 = -\frac{1}{4} \cdot 4 + q$$

$$\therefore q = 6$$

$y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 6만큼 이동한 그래프이므로 꼭짓점의 좌표는 (0, 6)이다.

6. x 가 정수일 때, $y = 2x^2 - 3x + 6$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 3x + 6 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{39}{8}$$

x 가 정수이므로 $x = 1$ 일 때, 최솟값 5를 갖는다.

7. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 그래프의 모양은 위로 볼록하다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ㉢ x 축에 대칭인 그래프이다.
- ㉣ x 의 값이 증가할 때, $x > 0$ 인 범위에서 y 의 값은 증가한다.
- ㉤ 점 $(3, -9)$ 를 지난다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 점 $(3, -9)$ 를 지난다.

8. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

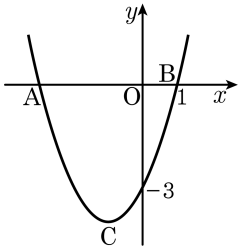
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동했으므로
 $y = 2(x - 3)^2$
점 $(2, a)$ 를 지나므로 $a = 2(2 - 3)^2$
 $\therefore a = 2$

9. $y = x^2 + ax - 3$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 x 축과 두 점 A, B 에서 만나고 꼭짓점이 C 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = x^2 + ax - 3$ 에 $B(1, 0)$ 을 대입하면 $a = 2$

$y = x^2 + 2x - 3$

$y = (x + 3)(x - 1) \Rightarrow A(-3, 0)$

$y = (x + 1)^2 - 4 \Rightarrow C(-1, -4)$

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $(3 + 1) \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$ 이다.

10. 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 인 포물선이 두 점 $(2, -3)$, $(m, -6)$ 을 지날 때, 다음 중 m 의 값은?

① -1 ② 5 ③ -3 ④ -6 ⑤ -9

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로

$y = a(x-1)^2 - 2$ 이고 점 $(2, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a(2-1)^2 - 2$
 $a = -1$ 이다.

$y = -(x-1)^2 - 2$

점 $(m, -6)$ 을 지나므로

$-6 = -(m-1)^2 - 2$

$\therefore m = 3$ 또는 $m = -1$

11. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (-4, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

- ① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ ② $\left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{4}\right)$ ③ $\left(-5, \frac{9}{4}\right)$
④ $(-2, 3)$ ⑤ $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$

해설

$y = -x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 $-1, -4$ 인 식의 꼭짓점이므로
 $y = -(x+1)(x+4)$

$$y = -(x^2 + 5x + 4) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$ 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2$ 의 최솟값이 2 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + ax + 2 \\&= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2 \\-\frac{a^2}{4} + 2 &= 2 \\\therefore a &= 0\end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(2, 0)$, $(8, 0)$ 에서 만나고 최솟값이 -9 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?
- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)(x-8) \\&= a(x^2 - 10x + 16) \\&= a(x-5)^2 - 9a \\-9a &= -9 \\\therefore a &= 1 \\y &= x^2 - 10x + 16 \\b &= -10, c = 16 \\\therefore a + b + c &= 1 + (-10) + 16 = 7\end{aligned}$$

14. 이차함수 $y = -x^2 + 4ax + a - 2$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{33}{16}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4ax + a - 2 \\&= -(x^2 - 4ax) + a - 2 \\&= -(x - 2a)^2 + 4a^2 + a - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{최댓값 } M &= 4a^2 + a - 2 \\&= 4\left(a^2 + \frac{1}{4}a\right) - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{16} - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{33}{16}\end{aligned}$$

따라서 M 의 최솟값은 $-\frac{33}{16}$ 이다.

15. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼
평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지난다.
이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

- ① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 } \left(1 - p, \frac{1}{2}\right)$$

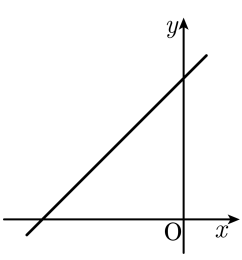
이므로 $1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2}$ 이다.

$$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 좌표가 점 } \left(-\frac{1}{2}, b\right) \text{ 를 지나므로 } b =$$

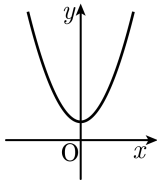
$$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$$

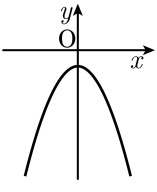
16. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



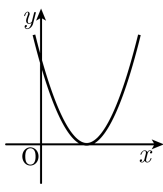
①



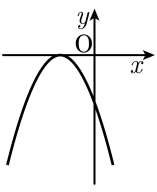
②



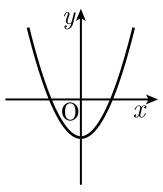
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서 $a > 0, b > 0$ 이다.

17. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

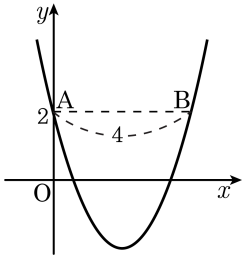
$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$$\therefore \text{제 1 사분면}$$

18. 다음 그림은 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, $\overline{AB}$ 는 x 축과 평행하다.)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

B 의 좌표가 (4, 2) 이므로 A(0, 2), B(4, 2) 를 각각 대입하면
 $2 = b, 2 = 16 + 4a + b$,
즉 $a = -4, b = 2$ 이다.

19. 이차함수 $y = x^2 - 5x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, 점 P 에서 점 Q 사이의 거리가 9 일 때, 이 포물선의 y 절편을 구하여라.

① -14 ② -7 ③ -1 ④ 4 ⑤ 45

해설

점 P 의 좌표 a 라 하면 Q 좌표는 $a + 9$

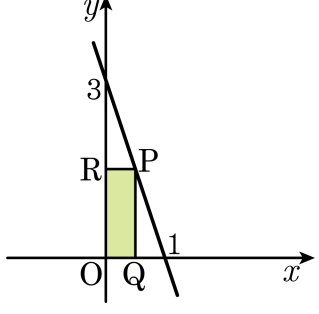
두 근의 합은 5

$\therefore a + (a + 9) = 5, a = -2$

$\therefore$ 두 점은 $(-2, 0), (7, 0)$

두 근의 곱은 $k = (-2) \times 7 = -14$

20. 직선 $y = -3x + 3$ 위의 제 1 사분면에 있는 한 점 P 에서 x 축, y 축에 수선을 그려 그 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값은?



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= x(-3x + 3) (0 < x < 1) \\ &= -3x^2 + 3x \\ &= -3\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4} \\ &= -3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \\ x &= \frac{1}{2} \text{ 일 때 최댓값 } \frac{3}{4} \end{aligned}$$