

1. 이차방정식 $(x-2)^2 = 3x-6$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(a-b)(a+b) - 3(a+b)$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$(x-2)^2 = 3x-6$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3x - 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5$$

$$a = 5, b = 2 \text{ 이므로}$$

$$(a-b)(a+b) - 3(a+b) = (a+b)(a-b-3)$$

$$= (5+2)(5-2-3)$$

$$= 0$$

2. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = \frac{5}{2}$

해설

$$x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\text{i) } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0, x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$

$$-\frac{3}{2} = k-1, k = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 0, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\frac{3}{2} = k-1, k = \frac{5}{2}$$

(i), (ii)에 의하여 k 는 양수이므로 $k = \frac{5}{2}$ 이다.

3. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근은 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 이다. 이 때, 두 근이 $x = a, x = b$ 인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

② $x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$

③ $x^2 - 2 - \frac{3}{4} = 0$

④ $x^2 + \frac{4}{3}x - 5 = 0$

⑤ $x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{a}{2}$$

$$\therefore a = -2$$

$$a\beta = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{b}{2}$$

$$\therefore b = -\frac{3}{2}$$

$$a + b = -\frac{7}{2}, ab = 3$$

$$\therefore x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$$

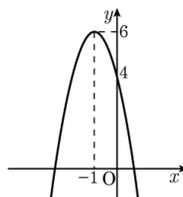
4. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.
- ② 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$ 의 그래프와 모양이 같다.
- ③ $x < 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.
- ⑤ 제 3 사분면을 지나지 않는다.

해설

③ $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$, 아래로 볼록하기 때문에, 축의 왼쪽에서는 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

5. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고, 점 $(0, 4)$ 를 지나는 이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이므로

$$y = a(x+1)^2 + 6$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0+1)^2 + 6$$

$$\therefore a = -2$$

$$y = -2(x+1)^2 + 6$$

$$= -2x^2 - 4x + 4$$

$$\therefore a = -2, b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + (-4) + 4 = -2$$

6. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 9$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 -1 이 되었다. m 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ **-8** ⑤ 3

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 9 = 2(x-1)^2 + 7$$

이 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면

$$y = 2(x-1)^2 + 7 + m$$

최솟값이 -1 이므로 $7 + m = -1$

$$\therefore m = -8$$

7. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.
따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로
 $a + b = 42$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 + (-m+3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
㉡ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
㉢ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
㉣ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 $4, 6$ 이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
㉣ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

9. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

10. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다. 또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?

- ① 235 ② 325 ③ 532 ④ 523 ⑤ 358

해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면
 p, q 는 0이상 10미만의 정수이고
 r 은 1이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p+q+r=10 \cdots \text{㉠} \\ 4q=p+r \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡에서 $q=2$

$$100p+20+r=100r+20+p+198$$

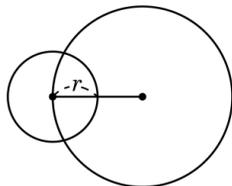
$$p-r=2 \cdots \text{㉢}$$

$q=2$ 를 ㉡에 대입하면 $p+r=8 \cdots \text{㉣}$

㉢+㉣에서 $p=5, r=3$

따라서 구하는 수는 325이다.

11. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.

따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.

$$r^2 - 4 = 0$$

$$\therefore r = 2 (\because r > 0)$$

12. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

13. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

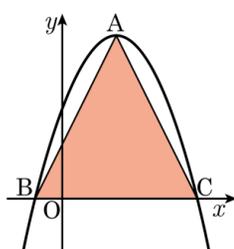
14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

- ① $a < -\frac{4}{3}$ ② $a \leq -\frac{4}{3}$ ③ $a < \frac{3}{4}$
④ $a \leq -\frac{3}{4}$ ⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면
 $a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.
 $a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.
꼭짓점이 (2, 3) 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$ 이다.
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.
여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.
 $4a + 3 \leq 0$
 $\therefore a \leq -\frac{3}{4}$

15. 다음은 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 (-1, 0) 이고, C 의 좌표는 (5, 0) 이다.

$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 (5, 0) 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

16. 세 점 $(-1, -5)$, $(0, 5)$, $(2, 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p - q$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ -5 ④ -1 ⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면
 $(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = a - b + 5$
 $(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = c$
 $(2, 13)$ 을 지나므로 $13 = 4a + 2b + 5$
 $\therefore a = -2, b = 8, c = 5$
따라서 주어진 이차함수의 식은
 $y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$ 이므로
 $p - q = -11$ 이다.

17. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(1) + f(2) + \dots + f(23) + f(24)$

이다.

k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{1}$$

$$\begin{aligned} k &= f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(23) + f(24) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{25} - \sqrt{24} \\ &= -\sqrt{1} + \sqrt{25} \\ &= -1 + 5 = 4 \end{aligned}$$

$(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입

$$16a + 16 + 4a^2 - 8 + 8 = 0$$

$$4a^2 + 16a + 16 = 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, \quad -(x+2)(x-4) = 0$$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$

18. $\frac{y}{x} \geq 0$ 인 x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 - 5xy - 14y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - x + 1}{y^2 + y + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - 5xy - 14y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{5x}{y} - 14 = 0$$

$\frac{x}{y} = t$ 라고 놓으면

$$t^2 - 5t - 14 = 0, (t+2)(t-7) = 0$$

$$\therefore t = 7 \left(\because \frac{y}{x} \geq 0 \right)$$

$\frac{x}{y} = 7, x = 7y$ 를 $x^2 - 5xy - 14y^2 = 0$ 에 대입하면

$$(7y)^2 - 5(7y)y - 14y^2 = 0$$

$$\therefore y = 0, x = 0$$

$$\therefore \frac{x^2 - x + 1}{y^2 + y + 1} = 1$$

20. $a\%$ 의 소금물 100g 에서 소금물 $(a+2)$ g 을 퍼낸 다음 퍼낸 만큼의 소금을 넣었더니 소금물의 농도가 52.4% 였다. 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}}$ g

▷ 정답: 32g

해설

$$\text{처음 소금의 양} : \frac{a}{100} \times 100 = a \text{ (g)}$$

퍼낸 소금물 $a+2$ g 속의 소금의 양 :

$$(a+2) \frac{a}{100} = \frac{a^2+2a}{100} \text{ (g)}$$

$$a - \frac{a^2+2a}{100} + (a+2) = \frac{52.4}{100} \times 100$$

$$-(a^2+2a) + 200a + 200 - 5240 = 0$$

$$-a^2 + 198a - 5040 = 0$$

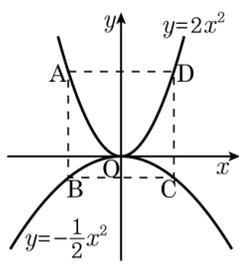
$$a^2 - 198a + 5040 = 0$$

$$(a-30)(a-168) = 0$$

a 는 100보다 작아야 하므로 $a = 30$

따라서 퍼낸 소금물의 양은 $a+2 = 32$ (g) 이다.

21. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라고 하면

$A(-a, 2a^2)$, $B(-a, -\frac{1}{2}a^2)$, $C(a, -\frac{1}{2}a^2)$ 이고, $\overline{DC} = \overline{BC}$

이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a, a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

22. 직선 $x = 1 - y$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 포물선 $y = px^2$, $y = qx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 B, C, y 축과 만나는 점을 D 라 하고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 의 비례식이 성립되기 위한 상수 p, q 에 대하여 pq 의 값을 구하여라.(단, $q > p > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

A(1, 0), D(0, 1) 이고 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 이고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

비례식 $1 : \frac{1}{2} = (3k + ak + k) : (k + ak)$ 이 성립한다.

$\therefore a = 2$

따라서 점 B 의 좌표는 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, C $(\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$

$y = px^2$ 가 B $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 를 지나므로 $p = 2$

$y = qx^2$ 가 C $(\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$ 를 지나므로 $q = 30$

$\therefore pq = 60$

24. $2x+y=a+1$, $x+2y=5(a-2)$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 x^2+y^2 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{2}$

해설

$$2x+y=a+1 \cdots \textcircled{A}$$

$$x+2y=5(a-2) \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B}$ 을 하면

$$3x = -3a + 12, \quad x = -a + 4$$

$x = -a + 4$ 를 \textcircled{A} 에 대입하면

$$y = 3a - 7$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (-a+4)^2 + (3a-7)^2 \\ &= a^2 - 8a + 16 + 9a^2 - 42a + 49 \\ &= 10a^2 - 50a + 65 \\ &= 10\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} \end{aligned}$$

\therefore 최솟값 $\frac{5}{2}$