

1. 꼭짓점이 (2, 3) 이고, 점(5, -6) 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① (0, -2)

② (0, 3)

③ (0, 1)

④ (0, 2)

⑤ (0, -1)

해설

$y = a(x - 2)^2 + 3$ 에 (5, -6) 을 대입하면

$$-6 = a(5 - 2)^2 + 3$$

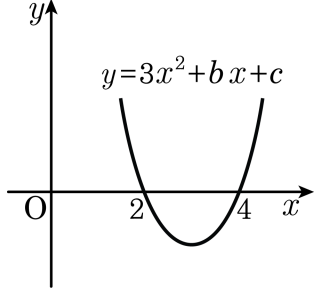
$$9a = -9 \therefore a = -1$$

$$y = -(x - 2)^2 + 3$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = -1$$

$$\therefore (0, -1)$$

2. 다음 그림은 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -18$

▷ 정답 : $c = 24$

해설

(2, 0) 을 대입하면 $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면 $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면 $b = -18$, $c = 24$

3. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -2x^2 + 1$

② $y = -x^2 + x + 1$

③ $y = -(x - 1)^2 + 4$

④ $y = 1 - x^2$

⑤ $y = (x - 1)(x + 2)$

해설

그래프가 아래로 볼록해야 최솟값을 가진다.

4. 이차함수의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값이 옳지 않은 것은?

① $y = 2x^2 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최솟값 0

② $y = -3x^2 + 4 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최댓값 4

③ $y = -(x + 3)^2 \rightarrow x = -3$ 일 때, 최댓값 0

④ $y = -(x + 2)^2 - 1 \rightarrow x = -2$ 일 때, 최댓값 -1

⑤ $y = 2x^2 + 4x + 1 \rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 1

해설

⑤ $y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1$

$y = 2(x + 1)^2 - 1$

따라서 $x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖는다.

5. $y = -3(x - 2)(x - 4)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}y &= -3(x - 2)(x - 4) \\&= -3(x^2 - 6x + 8) \\&= -3x^2 + 18x - 24 \\&= -3(x - 3)^2 + 3 \\x &= 3 \text{ 일 때, 최댓값은 } 3 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

6. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$y = -x^2 + 6x + 5$$

$$= -(x-3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14$$

$$y = 2x^2 - 12x - 4$$

$$= 2(x-3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22$$

$$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$$

7. 이차함수 $y = 4x^2 - 24x + 10$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned}y &= 4x^2 - 24x + 10 \\&= 4(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\&= 4(x - 3)^2 - 26 \\ \therefore a &= 3, b = -26 \\ \therefore a - b &= 3 - (-26) = 29\end{aligned}$$

8. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x + 1)^2 - 4$

② $y = (x - 2)^2 - 3$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

9. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이고 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -6 ④ 6 ⑤ 1

해설

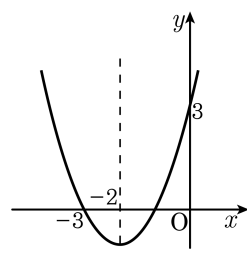
$y = a(x + 2)^2 + 3$ 이 점 $(1, -6)$ 을 지나므로

$-6 = a(1 + 2)^2 + 3, a = -1$ 이다.

$\therefore y = -(x + 2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$

$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $y = a(x + 2)^2 + q$

두 점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로

$$a + q = 0, 4a + q = 3$$

$$a = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$q = -1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$y = (x + 2)^2 - 1$$

$$= x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore a = 1, b = 4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$$

11. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 두 점 $(1, 6), (4, 0)$ 을 지나는 포물선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$y = a(x - 3)^2 + q$ 에 두 점 $(1, 6), (4, 0)$ 을 각각 대입하면

$$4a + q = 6, a + q = 0$$

$$\therefore a = 2, q = -2$$

$$y = 2(x - 3)^2 - 2 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 16$$

12. 이차함수 $y = ax^2 + 4x - b$ 가 세 점 $(1, 1)$, $(0, -5)$, $(2, c)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 18

해설

$(0, -5)$ 를 지나므로 $-5 = -b, b = 5$
 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + 4 - b, a = 2$
따라서 주어진 이차함수의 식은 $y = 2x^2 + 4x - 5$
이 함수의 그래프가 $(2, c)$ 를 지나므로
 $c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$
따라서 $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$ 이다.

13. 세 점 $(-1, 13), (0, -2), (1, -11)$ 을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

세 점 $(-1, 13), (0, -2), (1, -11)$ 을 각각 대입하면

$$a - b + c = 13, c = -2, a + b + c = -11$$

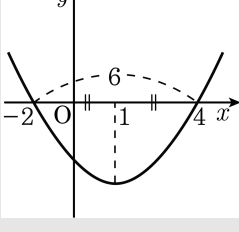
$$\therefore a = 3, b = -12, c = -6$$

$$\therefore y = 3x^2 - 12x - 2 = 3(x - 2)^2 - 8$$

14. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프는 $x = 1$ 을 축으로 하고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6 이라고 한다. $a + b$ 의 값은?

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 3
- ⑤ 5

해설

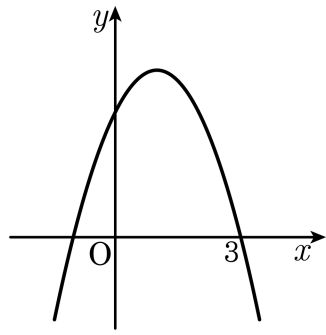


그림에서 보듯 대칭축이 1 이고 x 축과의 교점 사이의 거리가 6 이므로 x 절편은 -2, 4 이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b = \frac{1}{2}(x+2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \therefore a = -1, b = -4$$

따라서 $a + b = -5$ 이다.

15. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = -x^2 - 2ax + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로
 $0 = -9 - 6a + 3, a = -1$
 $\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$
 $x = 1$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

16. 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 2k - 1$ 의 최댓값이 5 일 때, k 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + 2k - 1 \\ &= -(x-2)^2 + 4 + 2k - 1 \\ &= -(x-2)^2 + 2k + 3 \end{aligned}$$

최댓값이 5 이므로 $2k + 3 = 5$

$$\therefore k = 1$$

17. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + b$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$y = x^2 - 2ax + b$ 가 $x = 2$ 일 때,
최솟값이 -2 이므로
 $y = (x - 2)^2 - 2 = x^2 - 4x + 2$
 $\therefore 2a = 4, a = 2, b = 2$

18. 차가 12인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 각각 x , $x + 12$ 라 하면
 $y = x(x + 12)$
 $= x^2 + 12x$
 $x = (x + 6)^2 - 36$
 $x = -6$ 일 때, 최솟값 -36 을 갖는다.
 $x = -6$, $-6 + 12 = 6$
따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

19. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50

② 62

③ 64

④ 79

⑤ 83

해설

두 수를 각각 x , $16 - x$ 라고 하면

$$y = x(16 - x)$$

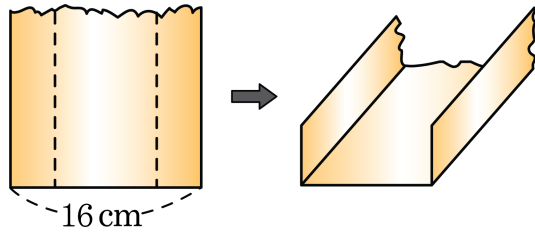
$$= -x^2 + 16x$$

$$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$$

$$= -(x - 8)^2 + 64$$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

20. 다음 그림과 같이 너비가 16cm 인 철판의 양쪽을 접어 직사각형인 물받이를 만들었다. 단면의 넓이를 최대가 되게 하는 높이를 구하여라.



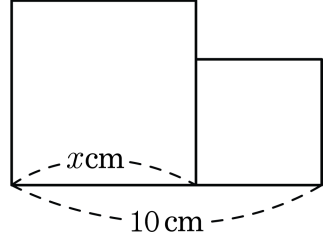
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

높이를 x cm, 넓이를 y cm² 라고 두면
 $y = x(16 - 2x)$
 $= -2x^2 + 16x$
 $= -2(x^2 - 8x + 16) + 32$
 $= -2(x - 4)^2 + 32$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, 최댓값 32 를 가진다.

21. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값을 구하여라.



- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

한 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$, 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를 $(10 - x)\text{ cm}$ 라고 놓으면,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (10 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x - 5)^2 - 50 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $50(\text{cm}^2)$ 이다.

22. 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값은?

① 90 ② 92 ③ 98 ④ 100 ⑤ 112

해설

가로를 x , 세로를 $20 - x$ 라 하자.

$$\begin{aligned}y &= x(20 - x) \\&= -x^2 + 20x \\&= -(x^2 - 20x) \\&= -(x^2 - 20x + 100 - 100) \\&= -(x - 10)^2 + 100\end{aligned}$$

따라서 y 의 최댓값은 100이다.

23. 가로 길이가 6cm , 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를 x cm 길게 하고 세로 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면
 $y = (6 + x)(10 - x)$
 $= -x^2 + 4x + 60$
 $= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$
 $= -(x - 2)^2 + 64$
따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

24. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{31}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)\text{cm}$,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)\text{cm}$ 에서

$$\begin{aligned} y &= (8 - x)(6 + 2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

25. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채
꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $\frac{15}{2}$ m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$ m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

26. 지면으로부터 초속 30m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 30x - 5x^2$ 라고 한다. 이 물체의 높이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 45 m

해설

$$y = -5x^2 + 30x = -5(x - 3)^2 + 45$$

27. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80 을 갖는다.

28. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y_m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▶ 정답 : 6초

▶ 정답 : 240m

해설

$$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x-6)^2 + 240$$

따라서 $x = 6$ 일 때 최대값 240을 갖는다.

따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

29. $x + y = 3$ 일 때 $x - y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{4}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 3 \rightarrow y = -x + 3 \\x - y^2 &= x - (-x + 3)^2 \\&= x - (x^2 - 6x + 9) \\&= -x^2 + 7x - 9 \\&= -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}\end{aligned}$$

30. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

31. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

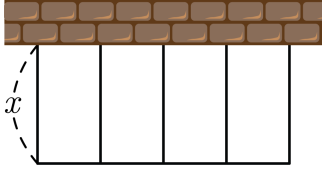
$$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

$$\text{즉, } m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

32. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?

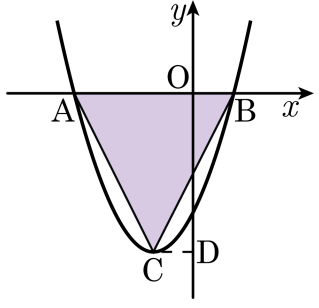


- ① 140m² ② 160m² ③ 180m²
 ④ 200m² ⑤ 240m²

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$
 담장의 넓이의 합은 $x\left(\frac{60-5x}{4}\right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.
 $\therefore -5x^2 + 60x = -5(x^2 - 12x + 36) + 180$
 $= -5(x-6)^2 + 180$

33. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$
C(-1, -4)
 $y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로
A(-3, 0), B(1, 0)
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$