

1. 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = \frac{1}{3}$ (중근) ② $x = -\frac{1}{3}$ (중근) ③ $x = \frac{6 \pm \sqrt{2}}{18}$
④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{6}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$ax^2 + 2b'x + c = 0 (a \neq 0)$ 에서

$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$ 이다.

$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

2. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$
② $0.1x^2 - 0.2x - 0.3 = 0 \rightarrow x = -1$ 또는 $x = 3$
③ $0.1x^2 - \frac{1}{5}x - 1 = 0 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 5$
④ $0.2x^2 - 0.3x - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$
⑤ $x^2 - 0.5x - 0.1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면

$$x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{11}$$

④양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (x - 2)(2x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (-4)^2 - 1 \times 4 = 16 - 4 > 0$$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

4. 이차방정식 $x^2+8x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+ax-4a=0$ 의 근을 구하면?

- ① $x=4$ (중근) ② $x=6$ (중근)
③ $x=8$ (중근) ④ $x=2$ 또는 $x=8$
⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4^2 + a = 0, a = -16$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x-8)^2 = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{중근})$$

5. 이차방정식 $x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

- ① $k \leq 1$ ② $k \leq 2$ ③ $k \leq 3$ ④ $k \geq 1$ ⑤ $k \geq 2$

해설

$x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 가지려면

$$D = 36 - 12k \geq 0$$

$$36 \geq 12k$$

$$\therefore 3 \geq k$$

6. 이차방정식 $x^2 + Ax - 21 = 0$ 의 근이 $x = -7$ 또는 $x = 3$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $-A = -7 + 3 = -4$

$\therefore A = 4$

7. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$ 의 한 근이 $5 + \sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 22$

해설

다른 한 근이 $5 - \sqrt{3}$ 이므로
 $(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3}) = a$ 에서 $a = 22$ 이다.

8. 두 수 $3, -4$ 를 두 근으로 하며 x^2 의 계수가 4 인 이차방정식을 구하면?

① $4x^2 + 4x - 40 = 0$

② $4x^2 + 4x - 44 = 0$

③ $4x^2 + 4x - 48 = 0$

④ $4x^2 + 4x - 52 = 0$

⑤ $4x^2 + 4x - 56 = 0$

해설

두 근이 $3, -4$ 이고, x^2 의 계수가 4 이므로

$$4(x-3)(x+4) = 0$$

$$4(x^2 + x - 12) = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 4x - 48 = 0$$

9. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

해설

연속한 두 홀수를 x , $x + 2$ 라고 하면

$$(x + 2)^2 + x^2 = 34$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 연속한 두 홀수는 $x = 3$ 일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

10. 연속하는 두 홀수의 곱이 35 일 때, 이 두 수의 합을 고르면?

① 9

② 12

③ 15

④ 18

⑤ 21

해설

두 수를 x , $x+2$ 라 하면 (x 는 홀수)

$$x(x+2) = 35,$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$(x-5)(x+7) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = -7$$

$$x = 5 (\because x > 0) \text{ 이므로}$$

따라서 두 수는 5, 7 이다.

따라서 두 수의 합은 12 이다.

11. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ③ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$
④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ ⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a = 3$, $b = -3$, $c = -2$ 이므로
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 이다.

12. 다음 중 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-6)^2 - 4(2a + 4) \geq 0$$

$$9 - 2a - 4 \geq 0, 2a \leq 5$$

$$\therefore a \leq \frac{5}{2}$$

13. 이차방정식 $x^2 + 6x - 5 + 2k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, k 의 값이 될 수 없는 것은?

① -10 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 8

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 개의 근을 가지면

판별식 $D = b^2 - 4ac > 0$

주어진 방정식의 $D = 6^2 - 4(-5 + 2k) > 0$

$-8k > -56$

$\therefore k < 7$

주어진 값들 중 $8 > 7$ 이므로 적당하지 않다.

14. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha + \beta)^2 = A$, $(\alpha - \beta)^2 = B$ 이다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = \frac{1}{2}$ 이므로, $(\alpha + \beta)^2 = A = 9$ 이다.

곱셈 공식에서

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (3)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 7$

$B = 7$ 이다.

따라서 $A + B = 9 + 7 = 16$ 이다.

15. 이차방정식 $3x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이

$x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = 3$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

- ① -13 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 13

해설

근과 계수와의 관계에서

두 근의 합 $-\frac{p}{3} = \frac{7}{3}, p = -7$

두 근의 곱 $\frac{q}{3} = -2, q = -6$

$\therefore p + q = -13$

16. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $2x^2 - 3x - k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 (두 근의 곱) $= 2$

$2x^2 - 3x - k = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$8 - 6 - k = 0$

$\therefore k = 2$

17. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

18. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 2α , 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore k = 24$

19. 이차방정식 $x^2 - 3mx - m + 1 = 0$ 의 두 근의 비가 1 : 2 일 때, 상수 m 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}, 1$

③ $-1, -\frac{1}{2}$

④ $-1, \frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}, 2$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 로 놓으면

$$\alpha + 2\alpha = 3m, \alpha = m$$

$$\alpha \times 2\alpha = -m + 1$$

$$2\alpha^2 = -m + 1$$

$$2m^2 + m - 1 = 0$$

$$(2m - 1)(m + 1) = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \text{ 또는 } m = -1$$

20. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 -1 과 2 라고 할 때, $bx^2 + cx + 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -9 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 2

해설

$$-1 + 2 = -\frac{b}{3}, b = -3$$

$$(-1) \times 2 = \frac{c}{3}, c = -6$$

$$-3x^2 - 6x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-6)}{-3} = -2$ 이다.

21. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 $-2, 3$ 이라고 할 때, $ax^2 - 5x + b = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$-2 + 3 = \frac{a}{2} \quad \therefore a = 2$$

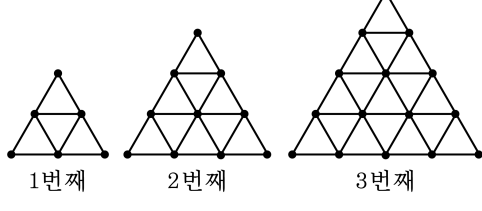
$$(-2) \times 3 = \frac{b}{2} \quad \therefore b = -12$$

$ax^2 - 5x + b = 0$ 에 $a = 2, b = -12$ 를 대입하면

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{-12}{2} = -6$ 이다.

22. 그림과 같이 꼭짓점을 점으로 표현한 삼각형을 규칙적으로 이어 붙여서, n 번째 순서의 삼각형을 만드는데 사용한 점의 개수는 $\frac{(n+2)(n+3)}{2}$ 개일 때, 점의 개수가 45개인 삼각형의 순서를 구 하여라.



▶ 답: 번째

▷ 정답: 7번 째

해설

$\frac{(n+2)(n+3)}{2} = 45$ 이므로
 $n^2 + 5n - 84 = 0$
 $(n-7)(n+12) = 0$
 $n > 0$ 이므로 $n = 7$
 따라서 점의 개수가 45개인 삼각형의 순서는 7번 째이다.

23. 자연수 1 부터 n 까지의 합을 구하는 식은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 1 부터 n 까지의 합이 45 일 때, n 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 45 \text{에서}$$

$$n^2 + n - 90 = 0$$

$$(n-9)(n+10) = 0$$

$$n = 9 \text{ 또는 } n = -10$$

n 은 자연수이므로 $n = 9$ 이다.

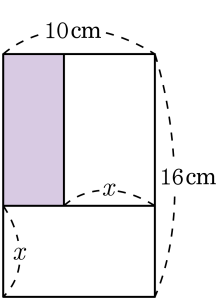
24. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배 하였더니, 제공한 것보다 24 가 작아졌다. 어떤 자연수를 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면
 $x^2 = 2x + 24$, $x^2 - 2x - 24 = 0$
 $(x - 6)(x + 4) = 0$
 $\therefore x = 6$ 또는 $x = -4$
따라서 x 는 자연수이므로 $x = 6$

25. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 10cm, 세로의 길이가 16cm 인 직사각형에서 가로와 세로를 똑같이 줄였더니 그 넓이가 처음 직사각형 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이 되었다. 이 때, 줄인 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

처음 직사각형의 넓이는 $10 \times 16 = 160$,
썩힌 부분의 넓이는 $(10 - x)(16 - x)$ 이다.

$$(10 - x)(16 - x) = 160 \times \frac{1}{4}$$

$$x^2 - 26x + 160 = 40$$

$$x^2 - 26x + 120 = 0$$

$$(x - 20)(x - 6) = 0$$

$0 < x < 10$ 이므로 $x = 6$ (cm) 이다.

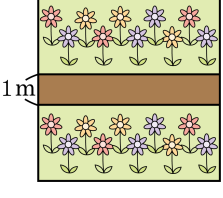
26. 반지름이 r 인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 9π 가 되었다. 처음 원의 넓이는?

① 15π ② 20π ③ 25π ④ 30π ⑤ 35π

해설

$$\begin{aligned}\pi(r-2)^2 &= 9\pi \\ r^2 - 4r - 5 &= 0 \\ (r+1)(r-5) &= 0 \\ r &= 5 \quad (\because r > 0) \\ (\text{처음 원의 넓이}) &= \pi r^2 = 25\pi\end{aligned}$$

27. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30 m² 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3 m
 ② 4 m
 ③ 5 m
- ④ 6 m
 ⑤ 7 m

해설

정사각형의 가로 길이를 x m 라고 하면
 (꽃밭의 넓이) = $x(x - 1)$
 $x(x - 1) = 30$
 $\therefore x = 6 (\because x > 0)$

28. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$

④ $-\frac{b}{2a}$
- ② $\frac{b}{2a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$
$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

∴ ③이 잘못되었다.

29. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4)+3x^2-16x+15=0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{3x^2 - 16x + 15}{(x-4)(3x-4) - 1} \\ &= \frac{x-4}{3x-4 - \frac{1}{x-4}} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

30. $(x^2 - 4x)^2 - (x^2 - 4x) - 20 = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$x^2 - 4x = A$ 로 놓으면
 $A^2 - A - 20 = 0, (A - 5)(A + 4) = 0$
 $A = 5$ 또는 $A = -4$
(i) $x^2 - 4x = 5, x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$
(ii) $x^2 - 4x = -4, x^2 - 4x + 4 = 0 (x - 2)^2 = 0$
 $\therefore x = 2$

31. 다음 이차방정식 중에서 해가 없는 것은?

① $4x^2 - 12x + 9 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $2x^2 - 4x + 1 = 0$

④ $4x^2 - 7x + 3 = 0$

⑤ $6x - 5x^2 = 0$

해설

② $D = 2^2 - 4 \times 5 = -16 < 0$

32. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다.

㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다.

㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다.

㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다.

㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

- $D = 36 - 4a$ 이므로
- ㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)

㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다.(거짓)

㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다.(참)

㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다.(거짓)

㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다.(거짓)

33. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

34. 이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{5}{6}$ ② $\alpha + \beta = -1$ ③ $\alpha\beta = -6$
④ $\alpha^2 + \beta^2 = 13$ ⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{6}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -6$$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = -\frac{13}{6}$$

35. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - ax - b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2x^2 - ax - b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로

$2 - \sqrt{5}$ 가 근이면 $2 + \sqrt{5}$ 도 근이다.

근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{2} = (2 - \sqrt{5}) + (2 + \sqrt{5}), a = 8$$

$$-\frac{b}{2} = (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}), -\frac{b}{2} = -1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 6$$

36. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속한 양의 정수이고, 두 근의 제곱의 차가 25 일 때, 상수 $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 131

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 1$ 이라 하면,

$$(\alpha + 1)^2 - \alpha^2 = 25$$

$$2\alpha - 24 = 2(\alpha - 12) = 0$$

$$\therefore \alpha = 12$$

$$\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p$$

$$p = -(24 + 1) = -25$$

$$\alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha = q$$

$$q = 144 + 12 = 156$$

$$\therefore p + q = 131$$

37. 연속한 두 자연수의 제곱의 합이 113 일 때, 두 자연수의 곱은?

① 48

② 56

③ 64

④ 72

⑤ 80

해설

연속한 두 자연수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 113$$

$$2x^2 + 2x - 112 = 0$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x + 8)(x - 7) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 7$ 이다.

구하는 두 자연수는 7, 8 이므로

$$7 \times 8 = 56 \text{ 이다.}$$

38. 지철이가 높이 30m 되는 건물의 옥상에서 야구공을 위를 향해서 초속 25m 로 던졌다. 이 때, x 초 후의 이 야구공의 지상으로부터의 높이는 $(30+25x-5x^2)$ m 라고 한다. 야구공의 높이가 처음으로 60m 가 되는 데 걸리는 시간은?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$30 + 25x - 5x^2 = 60$$

$$5(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$5(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 2, 3$$

따라서 처음으로 60m가 되는 데 걸리는 시간은 2 초이다.

39. 반지름의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 원이 있다. 이 원의 지름의 길이를 4 cm 길게 하였더니, 넓이가 $64\pi\text{ cm}^2$ 가 되었다. 처음 원의 넓이를 구하여라.

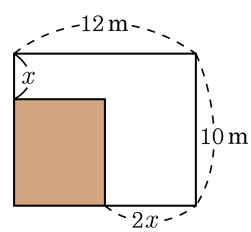
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $36\pi\text{cm}^2$

해설

커진 원의 반지름은 $(x + 2)\text{ cm}$ 이다.
 $(x + 2)^2\pi = 64\pi$ 이므로
 $x^2 + 4x - 60 = 0$
 $(x - 6)(x + 10) = 0$
 $x = 6$ ($\because x > 0$)
따라서 처음 원의 넓이는 $\pi \times 6^2 = 36\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

40. 가로, 세로의 길이가 각각 12 m, 10 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 $2x$ m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 42 m^2 가 되게 하려고 한다. 이 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(12 - 2x)(10 - x) &= 42 \\ 120 - 32x + 2x^2 &= 42 \\ 2x^2 - 32x + 78 &= 0 \\ 2(x^2 - 16x + 39) &= 0 \\ 2(x - 3)(x - 13) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \quad (\because 0 \leq x \leq 10)\end{aligned}$$

41. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$$

$A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.

$\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

42. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -1,$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 &= \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta) \\ &= 6 \times (-2) = -12\end{aligned}$$

43. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m^3 + n^3$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$m + n = 2, mn = -2$$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 8$$

$$\begin{aligned} m^3 + n^3 &= (m + n)(m^2 + n^2) - mn(m + n) \\ &= 2 \times 8 - (-2 \times 2) = 20 \end{aligned}$$

44. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1, a = \pm 5$$

45. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 $-3, 7$ 이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 $2, -6$ 이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

- ① 4
- ② 8
- ③ -8
- ④ 12
- ⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서 $a = -3 + 7 = 4$
영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 $b = 2 \times (-6) = -12$
따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0, x = -2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 $(x + 3)(x - 7) = 0, x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로 $(x - 2)(x + 6) = 0, x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0 (x - 6)(x + 2) = 0, x = 6, -2$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

46. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 6x + 2 = 0$

③ $x^2 + 6x - 4 = 0$

④ $x^2 - 6x + 4 = 0$

⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned} \text{(두 근의 합)} &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \\ &= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(두 근의 곱)} &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4 \end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

47. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

48. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

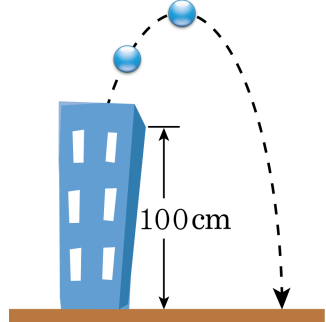
$$x(x - 7) = 30$$

$$x^2 - 7x - 30$$

$$(x - 10)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 10 \text{ } (\because x \text{ 는 자연수})$$

49. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$$-5t^2 + 40t + 100 = 160$$
$$t^2 - 8t + 12 = 0$$
$$(t - 2)(t - 6) = 0$$
$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

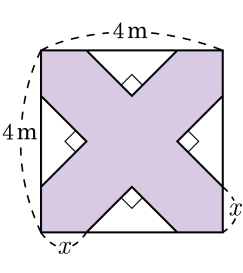
물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는
시간부터 최고점까지
올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$$t = \frac{6 + 2}{2} = 2(\text{초})$$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 40t + 100 \\ &= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 \\ &= 180(\text{m}) \end{aligned}$$

50. 한 변의 길이가 4m 인 정사각형 모양의 어느 벽면에 다음 그림과 같이 4개의 똑같은 직각이등변삼각형을 제외한 나머지 부분에 칠을 하려고 한다. 칠한 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이라 할 때, x 의 값은?



- ① 1m ② $\frac{1}{2}$ m ③ $(-2 + \sqrt{7})$ m
 ④ $\frac{3}{4}$ m ⑤ $\frac{5}{8}$ m

해설

빗변의 길이가 $4 - 2x$ 인 직각이등변 삼각형 4개를 붙이면 한 변의 길이가 $4 - 2x$ 인 정사각형이 된다. 색칠된 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이므로 다음 그림의 정사각형의 넓이는 전체의 $\frac{1}{4}$ 이다. $(4 - 2x)^2 = \frac{1}{4} \times 16$
 $16 - 16x + 4x^2 = 4$
 $x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 3$
 $x < 2$ 이므로 $x = 1$ (m)

