

1. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$
- ② $B = \{a, b\}$ 이면 $n(B) = 2$
- ③ $C = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$ 이면 $n(C) = 4$
- ④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 0$
- ⑤ $E = \{y \mid y \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(E) = 5$

해설

- ④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 1$

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $a \notin \{a, b\}$
- ② $\emptyset \subset \{3\}$
- ③ $\{a, b\} \subset \{a, b\}$
- ④ $4 \subset \{1, 2, 4\}$
- ⑤ $\emptyset \in \{0\}$

해설

- ① $a \in \{a, b\}$
- ④ $4 \in \{1, 2, 4\}$
- ⑤ $\emptyset \subset \{0\}$

3. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 양의 약수}\}$ 일 때, 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ① $A \subset B \subset C$ ② $B \subset A \subset C$ ③ $B \subset C \subset A$
④ $C \subset A \subset B$ ⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\text{따라서 } B = \{1, 3\} \text{ 이고, } C = \{1, 2, 3, 6\}$$

따라서 집합 A, B, C 의 포함 관계는 $B \subset A \subset C$ 이다.

4. 전체집합 $U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 6, 15\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

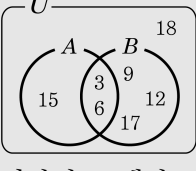
보기

- $\textcircled{1} \ A^c = \{9, 12, 18\}$ $\textcircled{2} \ B^c = \{15\}$
 $\textcircled{3} \ A \cup B^c = \{3, 6, 15, 18\}$

- ① $\textcircled{1}$ ② $\textcircled{2}$ ③ $\textcircled{1}, \textcircled{3}$
④ $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ ⑤ $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$

해설

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



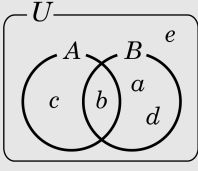
따라서 $\textcircled{2}$ 에서 $B^c = \{15, 18\}$ 이므로 옳은 것은 $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{b\}, B - A = \{a, d\}, (A \cup B)^c = \{e\}$ 일 때, $A - B$ 는?

- ① $\{a\}$ ② $\{c\}$ ③ $\{a, d\}$ ④ $\{b, c\}$ ⑤ $\{b, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{c\}$ 이다.



6. 양의 정수 전체의 집합 X 에서 Y 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.
 $f(x) = (x\text{의 약수의 개수})$ 이 때, 다음 중 $f(x) = 4$ 인 x 가 될 수 있는
것을 고르면?

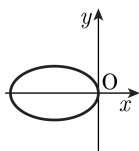
① 5 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 24

해설

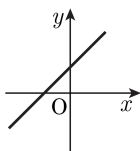
5의 약수 : 1, 5 $\Rightarrow f(5) = 2$
9의 약수 : 1, 3, 9 $\Rightarrow f(9) = 3$
12의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 $\Rightarrow f(12) = 6$
15의 약수 : 1, 3, 5, 15 $\Rightarrow f(15) = 4$
24의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 $\Rightarrow f(24) = 8$
따라서 보기 중 $f(x) = 4$ 인 것은 15

7. 다음 그래프 중 역함수를 갖는 것은?

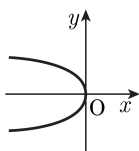
①



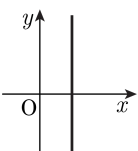
②



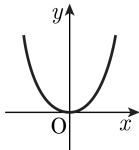
③



④



⑤



해설

역함수를 갖는 것은 일대일 대응이다. $\Rightarrow$ ②

8. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{17}$ ② $\frac{3}{17}$ ③ $\frac{4}{17}$ ④ $\frac{5}{17}$ ⑤ $\frac{6}{17}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} = \frac{y}{3} &\Rightarrow x = \frac{4}{3}y \\ \therefore \frac{xy}{x^2 + 2y^2} &= \frac{16}{9} \frac{\frac{4}{3}y^2}{y^2 + 2y^2} = \frac{6}{17}\end{aligned}$$

9. 학생 수가 40 명인 희정이네 반 학생들은 교내 백일장에 참가하여 시를 써서 제출한 학생이 22 명, 시와 수필을 모두 써서 제출한 학생이 9 명, 시와 수필을 모두 제출하지 않은 학생이 13 명이었을 때, 수필을 써서 제출한 학생 수는?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$n(U) = 40, n(A) = 22, n(A \cap B) = 9, n((A \cup B)^c) = 13$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 13 = 27$ 이다.
 $n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B) = 27 - 22 + 9 = 14$ 이다.

10. $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = 3x + 4$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3) \\&= (I \circ g^{-1} \circ f)(3) \\&= (g^{-1} \circ f)(3) \\&= g^{-1}(f(3)) \\&= g^{-1}(7)\end{aligned}$$

$$g^{-1}(7) = a \text{ 라 하면 } g(a) = 7, 3a + 4 = 7$$

$$\therefore a = 1$$

11. 분수식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a+1}}}$ 을 간단히 하면?

① $-a$

② a

③ $a - 1$

④ $1 - a$

⑤ $2a - 1$

해설

밑에서부터 계산해 올라간다.

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a+1}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{a}{a+1}}} = \frac{1}{1 - \frac{a+1}{a}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{a}} = -a\end{aligned}$$

12. $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\frac{1}{b}-a$ 의 값은?

① $\sqrt{3}$

② $-\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

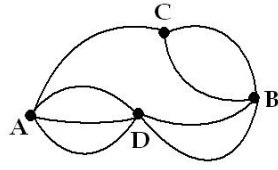
④ $-2\sqrt{3}$

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{19-8\sqrt{3}} &= \sqrt{19-2\sqrt{48}} = \sqrt{16}-\sqrt{3} \\ \text{따라서, } a &= 2, b = (4-\sqrt{3})-2 = 2-\sqrt{3} \\ \therefore \frac{1}{b}-a &= \frac{1}{2-\sqrt{3}}-2 = (2+\sqrt{3})-2 = \sqrt{3}\end{aligned}$$

13. 다음 그림은 A 지점에서 B 지점으로 가는 길을 나타낸 것이다. A 지점에서 B 지점으로 갔다가 다시 A 지점으로 돌아오는 방법은 몇 가지인가?



- ① 60 ② 61 ③ 62 ④ 63 ⑤ 64

해설

- (i) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 의 경우
: $1 \times 2 \times 2 \times 1 = 4$ (가지)
(ii) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ 의 경우
: $1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$ (가지)
(iii) $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 의 경우
: $3 \times 2 \times 2 \times 1 = 12$ (가지)
(iv) $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ 의 경우
: $3 \times 2 \times 2 \times 3 = 36$ (가지)
(i), (ii), (iii), (iv) 에서 모든 경우의 수는,
 $4 + 12 + 12 + 36 = 64$ (가지)

14. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여
서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지

② 120 가지

③ 180 가지

④ 240 가지

⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로
생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서
여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는
경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

15. 12개의 프로 야구팀이 다른 모든 팀과 각각 3번씩경기를 치르는 리그 전을 벌일 때, 전체 경기 수는?

① 120 ② 144 ③ 168 ④ 198 ⑤ 200

해설

(12 개의 팀 중에서 2 개의 팀을 고르는 방법) $\times 3$
 $= {}_{12}C_2 \times 3 = 198$

16. 15명의 육상부 학생 중에서 학교 대표 계주 선수 4명을 뽑으려고 한다. 교내 달리기 대회에서 우승한 2명의 육상부 학생이 선발되는 경우의 수를 a , 선발되지 않는 경우의 수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 628 ② 631 ③ 634 ④ 637 ⑤ 640

해설

$$a = {}_{13}C_2 = 78, b = {}_{13}C_4 = 715$$

$$\therefore b - a = 715 - 78 = 637$$

17. 가사 시간에 요리활동에 참가한 학생들이 각자 할 일을 분담하기로 하였다. 희준이가 속해 활동할 조는 모두 7 명인데, 2 명은 카레밥, 3 명은 된장국, 나머지 2 명은 계란부침을 만들기로 할 때, 할 일을 나누는 방법의 수는?

① 100 ② 150 ③ 210 ④ 310 ⑤ 450

해설

7 명 중 카레밥을 만들 2명을 택하는 방법은 ${}_7C_2$ (가지),
나머지 5 명 중에 된장국을 만들 3 명을 택하는 방법은 ${}_5C_3$ (가
지),
남은 나머지 2명은 계란부침을 만들면 되므로 ${}_2C_2$ (가지) 이다.
이때, 카레밥을 만드는 2명과 계란부침을 만드는 2명은 같은
수이지만 카레밥을 만드는 일과 계란부침을 만드는 일은 구별이
되므로 할 일을 나누는 방법의 수는
 ${}_7C_2 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2 = 210$ (가지)

18. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1\text{을 제외한 } 4\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 짝수}\}$, $X = \{2, 4, 6, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차는?

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.

따라서 $A = \{2, 4\} = X$, $n = 4$ (최솟값)

$B = \{2, 4, 6, \dots, 20\} = X$, $n = 20$ (최댓값)

$\therefore 20 - 4 = 16$

19. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

- ①

$A - B^c = A \cap B$
- ②

$A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$
- ③

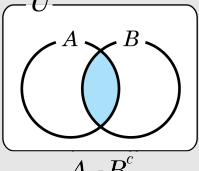
$A^c \cap (A \cup B) = A - B$
- ④

$(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$
- ⑤

$(A - B)^c = A^c \cup B$

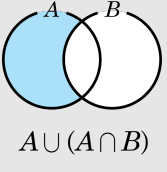
해설

①



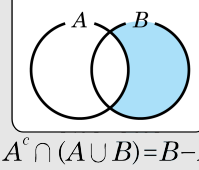
$A - B^c$

②



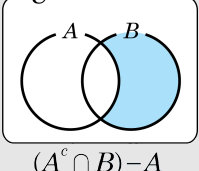
$A \cup (A \cap B)$

③



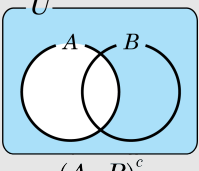
$A^c \cap (A \cup B) = B - A$

④



$(A^c \cap B) - A$

⑤



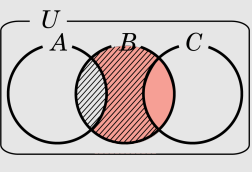
$(A - B)^c$

20. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset C^c$ 이고 $n(B) = 5$, $n(B - A) = 4$, $n(B - C) = 3$ 이다. 이 때, 집합 $B - (A \cup C)$ 의 원소의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 없다.

해설

$A \subset C^c \Leftrightarrow A \cap C = \emptyset$ 이므로 다음 벤 다이어그램에서 붉게 색칠한 부분은 집합 $B - A$ 를 나타내고 빗금이 있는 부분은 집합 $B - C$ 를 나타내고 둘 다 있는 부분은 집합 $B - (A \cup C)$ 를 나타낸다.



$$\begin{aligned} n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 4 \therefore n(A \cap B) = 1 \\ n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 3 \therefore n(B \cap C) = 2 \\ \text{즉, } B - (A \cup C) &= n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) = 5 - 1 - 2 = 2 \end{aligned}$$

21. 두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$, $q : |x| + |y - a| \leq 1$ 에 대하여 q 는 p 이기 위한 충분조건일 때, a 의 값의 범위를 구하면?
- ① $-1 < a < 1$ ② $-2 < a < 2$ ③ $-2 \leq a \leq 1$
 ④ $-1 \leq a \leq 1$ ⑤ $-2 \leq a \leq 2$

해설

두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$,
 $q : |x| + |y - a| \leq 1$ 에 대하여
 q 는 p 이기 위한 충분조건이므로
 각각의 진리집합을 P, Q 라 하면 $Q \subset P$
 이다.

$x^2 + y^2 = 4$ 는 중심이 원점이고
 반지름의 길이가 2인 원이고,
 $|x| + |y - a| = 1$ 의 그래프는
 $|x| + |y| = 1$ 의 그래프를
 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.

이 때 $P = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$
 $Q = \{(x, y) \mid |x| + |y - a| \leq 1\}$ 이 나타내는 영역은 다음 그림과 같다.

따라서 $Q \subset P$ 이라면 다음 그림에서
 $a + 1 \leq 2, a - 1 \geq -2$
 $\therefore -1 \leq a \leq 1$

22. 어느 회사원의 연간 소득은 Y 원이다. 이 소득의 $a\%$ 에 대해서는 세금이 부과되지 않고, 그 나머지 소득에 대해서만 $b\%$ 의 세금이 부과된다. 이 사람은 세금을 납부하고 난 후의 소득 중 C 원을 소비하고 나머지는 모두 저축한다. 이 사람의 연간 저축액 S 원은?

① $S = \left(1 - \frac{a}{100} - \frac{b}{100}\right)Y - C$

② $S = \left(1 - \frac{a}{100} - \frac{b}{100}\right)Y + C$

③ $S = \left(1 - \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} + \frac{b}{100}\right)Y - C$

④ $S = \left(1 + \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} - \frac{b}{100}\right)Y + C$

⑤ $S = \left(1 + \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} - \frac{b}{100}\right)Y - C$

해설

비과세 소득은 $Y \times \frac{a}{100}$ 원이고 나머지 금액 $Y \left(1 - \frac{a}{100}\right)$ 에 대한 $b\%$ 의 세금을 납부하고 C 원을 소비한 후 저축하므로

$$S = Y \times \frac{a}{100} + Y \left(1 - \frac{a}{100}\right) \left(1 - \frac{b}{100}\right) - C$$

$$= \left(1 + \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} - \frac{b}{100}\right)Y - C$$

23. 다음 중 거짓인 명제는? (단 x, y, z, a, b 는 실수이다.)

- ① 둘레의 길이가 일정한 직사각형 중에서 넓이가 최대인 것은 정사각형이다.
- ② $xy + yz + zx = 1$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$
- ③ a, b, c 가 양수일 때, $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$
- ④ $a \geq b \geq 0$ 이면 $\sqrt{a} - \sqrt{b} \leq \sqrt{a-b}$
- ⑤ $xy > x + y > 4$ 이면 $x > 2, y > 2$

해설

- ① $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (단, 등호는 $a = b$ 일 때 성립)
- ② $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$
 $= \frac{1}{2} (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \geq 0$
- ③ $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2, \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \geq 2, \frac{a}{c} + \frac{c}{a} \geq 2$
(단, 등호는 $a = b = c$ 일 때 성립)
따라서 $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$
- ④ $(\sqrt{a-b})^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 2\sqrt{a}\sqrt{b} - 2b$
 $= 2\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \geq 0$
- ⑤ <반례> $x = \frac{3}{2}, y = 10$
또는 $x = \frac{5}{4}, y = 8$ 등 여러 경우가 있다.

24. 함수 $f(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $f \circ f = f^2$, $f \circ f \circ f = f^3$, $\dots$, $f \circ f \circ \dots \circ f = f^n$ 이라 할 때, $f^{10}(1)$ 의 값은?

① 1023 ② 1024 ③ 1025 ④ 2047 ⑤ 2048

해설

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(2x + 1) = 2(2x + 1) + 1 = 4x + 3 \\(f \circ f \circ f)(x) &= (f \circ (f \circ f))(x) = f((f \circ f)(x)) = f(4x + 3) = \\&2(4x + 3) + 1 = 8x + 7\end{aligned}$$

$\vdots$

$$\therefore f^{10}(x) = 2^{10}x + (2^{10} - 1) = 1024x + 1023$$

$$\therefore f^{10}(1) = 1024 \times 1 + 1023 = 2047$$

25. 분수식 $\frac{3x}{x+2} + \frac{2x}{x-2} + \frac{5x^2-2x}{x^2+4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x^2+5}{(x-2)(x+2)(x^2+4)}$

② $\frac{5x^2-4}{(x-2)(x+2)(x^2+4)}$

③ $\frac{2x^3(5x-2)}{(x-2)(x+2)(x^2+4)}$

④ $\frac{2x^2(5x^2+2)}{(x-2)(x+2)(x^2+4)}$

⑤ $\frac{4x^2(5x^2-2)}{(x-2)(x+2)(x^2+4)}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2x^2+4x+3x^2-6x}{x^2-4} + \frac{5x^2-2x}{x^2+4} \\ &= \frac{5x^2-2x}{x^2-4} + \frac{5x^2-2x}{x^2+4} \\ &= \frac{(5x^2-2x)(x^2+4+x^2-4)}{(x^2-4)(x^2+4)} \\ &= \frac{2x^3(5x-2)}{(x-2)(x+2)(x^2+4)} \end{aligned}$$