

1. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

$$x^2 - 8x + 15 = 0, 2x^2 - 9x + 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = 3$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

2. 다음 이차방정식이 해를 1 개 가질 때 k 의 값은?

$$x^2 - 8x + 9 - k = 0$$

① -7

② -2

③ 7

④ 17

⑤ 25

해설

중근을 가질 때 판별식 $D = 0$

$$D = (-8)^2 - 4(9 - k) = 0$$

$$\therefore k = -7$$

3. 이차함수 $y = x^2 + 3x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$y = x^2 + 3x - 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼

평행이동시키면

$$\begin{aligned} y &= \left(x + \frac{3}{2} - 2\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= x^2 - x - 4 \end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$a^2 - a - 4 = -2$$

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -1$$

4. 다음 중 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 인 이차방정식을 고르면?

① $(2x + 1)(x + 2) = 0$

② $(2x - 1)(x + 2) = 0$

③ $-(2x - 1)(x - 2) = 0$

④ $-\frac{1}{2}x(x - 2) = 0$

⑤ $2(2x + 1)(x - 2) = 0$

해설

해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 이므로

$2x + 1 = 0$ 또는 $x - 2 = 0$ 이다.

따라서 구하는 이차방정식은 $2(2x + 1)(x - 2) = 0$ 이다.

5. x 에 관한 이차방정식 $(x - p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $p \geq 0$

② $p < 0$

③ $k > 0$

④ $k < 0$

⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x - p)^2 = k, \quad x - p = \pm \sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

7. 이차방정식 $(x+1)(x-3) - \frac{x^2+1}{4} = 3(x-1)$ 의 근은?

① $x = 0$ 또는 $x = \frac{20}{3}$

② $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{53}}{6}$

③ $x = \frac{10 \pm 2\sqrt{53}}{3}$

④ $x = \frac{5 \pm \sqrt{103}}{6}$

⑤ $x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$

해설

$$(x^2 - 2x - 3) - \frac{x^2 + 1}{4} = 3x - 3$$

$$4x^2 - 20x - x^2 - 1 = 0$$

$$3x^2 - 20x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$$

8. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $b = 0$ 이면 근이 없다.

② $a = -4, b = -5$ 이면 중근을 가진다.

③ $a > 0, b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

④ $a < 0$ 이면 근이 없다.

⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0, b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

9. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = -2$

$$\begin{aligned}\frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1} &= \frac{\beta(\beta+1) + \alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} \\&= \frac{\beta^2 + \beta + \alpha^2 + \alpha}{\alpha + \beta + \alpha\beta + 1} \\&= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + \alpha + \beta}{(\alpha + \beta) + \alpha\beta + 1} \\&= \frac{2^2 - 2 \times (-2) + 2}{2 - 2 + 1} = 10\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p^2 + pq + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 p, q 라면

$$p + q = 4, pq = -3$$

$$\begin{aligned} p^2 + pq + q^2 &= (p + q)^2 - pq \\ &= 4^2 + 3 = 16 + 3 = 19 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $2x^2 + (4a^2 - 2a - 6)x + a + \frac{1}{2} = 0$ 의 두 근 α, β 의 조건이 다음과 같을 때, a 의 값은?

- i) 두 근의 절댓값이 같다.
ii) 두 근의 곱이 0 보다 작다.

① $-\frac{3}{2}$

② -1

③ 0

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1

해설

i) 에서 (두 근의 합) = 0 이므로

$$2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(2a - 3)(a + 1) = 0$$

$$a = -1, a = \frac{3}{2}$$

ii) 에서 두 근의 곱 $a + \frac{1}{2} < 0$ 이므로 $a < -\frac{1}{2}$

$$\therefore a = -1$$

12. 십의 자리의 수가 4인 두 자리의 정수가 있다. 이 수는 이 수의 일의 자리의 수보다 2만큼 작은 수의 제곱과 같을 때, 이 수는 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

일의 자리 수를 x 라 하면

$$40 + x = (x - 2)^2$$

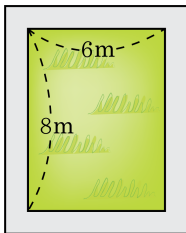
$$x^2 - 5x - 36 = 0$$

$$(x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x \geq 0)$$

따라서 구하는 수는 $40 + 9 = 49$ 이다.

13. 가로, 세로의 길이가 6m, 8m 인 직사각형 모양의 공원에서 둘레 밖으로 너비가 일정한 길을 만들었더니 길의 넓이가 32m^2 가 되었다. 길의 너비는 몇 m 인지 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 1 m

해설

길의 너비를 x m 라 하면

$$(6 + 2x)(8 + 2x) - 48 = 32$$

$$4x^2 + 28x - 32 = 0$$

$$x^2 + 7x - 8 = 0$$

$$(x + 8)(x - 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = -8$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 1 \text{ 이다.}$$

14. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a \neq 2$

15. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 점 $(2a, -a-5)$ 를 지날 때, 모든 a 의 값의 합은?

- ① -1 ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$-a - 5 = -\frac{3}{2}(2a)^2$$

$$6a^2 - a - 5 = 0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 합은 $\frac{1}{6}$ 이다.

16. 점 $(k, 2)$ 가 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있을 때, k 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$(k, 2) \text{ 를 } y = \frac{1}{2}x^2 \text{ 에 대입하면 } 2 = \frac{1}{2}k^2$$

$$k^2 = 4 \quad \therefore k = \pm 2$$

17. ‘이차함수 $y = -2x^2 - 3$ 의 그래프는 () 의 그래프를 () 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -3)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.’ 빈 괄호들 안에 들어갈 알맞은 말을 선택하여라.

- ① $y = -2x^2$, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동
- ② $y = -2x^2$, y 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동
- ③ $y = -x^2$, x 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동
- ④ $y = 2x^2$, y 축에 대하여 대칭이동
- ⑤ $y = -2x^2$, x 축에 대하여 대칭이동

해설

이차함수 $y = -2x^2 - 3$ 의 그래프는 $(y = -2x^2)$ 의 그래프를 (y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동) 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -3)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

18. 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음
그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

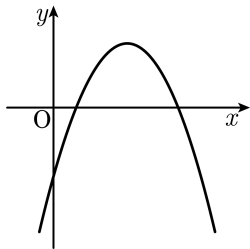
① $ap + q > 0$

② $aq - q < 0$

③ $p^2 + q < 0$

④ $a + pq < 0$

⑤ $a(p + q) > 0$



해설

$y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1
사분면에 있으므로

$a < 0, p > 0, q < 0$ 이다.

따라서 $a + pq < 0$ 이다.

19. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 꼭짓점은 $(3, 0)$ 이다.
- ③ y 의 값의 범위는 $y \geq 3$ 이다.
- ④ y 축과 $(0, 18)$ 에서 만난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

해설

③ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

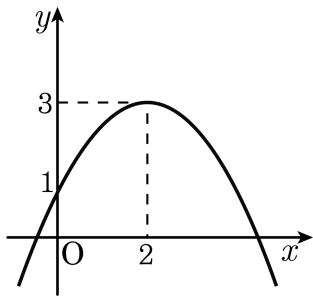
20. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
- ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
- ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ $y = 2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

③ $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

21. 다음 그림과 같은 그래프를 갖는 이차함수의 식을 고르면?



① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

② $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$

④ $y = -2x^2 + 2x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 4$

해설

꼭짓점이 $(2, 3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$

또 y 절편이 1 이므로 $4a + 3 = 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$$

22. $(-1, 7), (1, 1), (2, 1)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - x + 3$

② $y = -x^2 - 3x + 1$

③ $y = x^2 - x + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 3$

⑤ $y = x^2 - 3x + 7$

해설

구하는 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하고

$(-1, 7)$ 을 대입하면 $7 = a - b + c$

$(1, 1)$ 을 대입하면 $1 = a + b + c$

$(2, 1)$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = -3, c = 3$$

$$\therefore y = x^2 - 3x + 3$$

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 이차함수의 최솟값은?

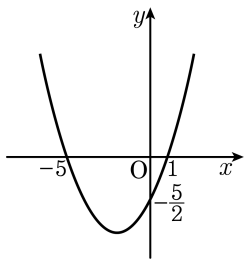
① 3

② 4

③ $\frac{2}{5}$

④ $-\frac{3}{5}$

⑤ $-\frac{9}{2}$



해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 x 절편이 1, -5 이므로 $y = a(x-1)(x+5)$

점 $(0, -\frac{5}{2})$ 를 지나므로 $-\frac{5}{2} = a(0-1)(0+5)$, $a = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}\therefore y &= \frac{1}{2}(x-1)(x+5) \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{9}{2}\end{aligned}$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값은 $-\frac{9}{2}$

24. 이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.
 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -1

해설

이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값이 -2
이므로

$$y = (x - 4)^2 - 2 = x^2 - 8x + 14 = x^2 + bx - a + 16$$

$$\therefore a = 2$$

25. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

두 수를 x , $x + 10$ 이라고 하면

$$y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$$

$x = -5$ 일 때, 최솟값 -25 를 가진다.

따라서 두 수는 -5 , 5 이다.

26. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

27. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

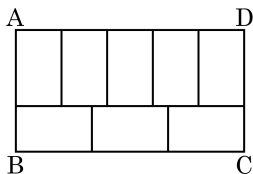
$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서 $a = 7$, $b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 8개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 480cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 92 cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{480}{8} = 60 (\text{cm}^2)$

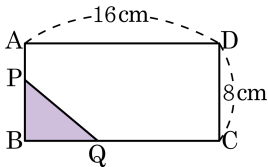
작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{5}{3}x$ 이다.

$$\frac{5}{3}x \times x = 60, x^2 = 36, x = 6 (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 5x, \overline{AB} = \frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(5x + \frac{8}{3}x\right) \times 2 = \frac{46}{3}x = 92 (\text{cm})$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 cm, 8 cm 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 점 A 에서 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 $\overline{BC}$ 위를 점 B 에서 점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직인다. 두 점 P, Q 가 각각 점 A, B 를 동시에 출발할 때 몇 초후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 15 cm^2 가 되는지 모두 구하여라.



▶ 답 : 초

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 3초

▷ 정답 : 5초

해설

x 초 후, $\overline{BP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면

$$\overline{BP} = 8 - x, \overline{BQ} = 2x$$

$$\triangle PBQ = 2x(8 - x) \times \frac{1}{2} = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\therefore (x - 3)(x - 5) = 0$$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = 5$ 이다.

30. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{74}{3}$

④ $-\frac{80}{3}$

⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고

$y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로
 $\frac{74}{3}$ 이다.

31. $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^{2n-1}}{(m^{n-1} + m^{n-2})(m^{n-2} + m^{n-3})}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 이므로 $m^2 - m - 1 = 0$

$$m^2 = m + 1$$

$$m^3 = m^2 + m$$

$$m^4 = m^3 + m^2$$

$\vdots$

$$m^n = m^{n-1} + m^{n-2}$$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{m^{2n-1}}{(m^{n-1} + m^{n-2})(m^{n-2} + m^{n-3})} \\ &= \frac{m^{2n-1}}{m^{2n-1}} \\ &= \frac{m^n m^{n-1}}{m^{2n-1}} \\ &= \frac{m^{2n-1}}{m^{2n-1}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

32. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A (1, 0), B (-7, 0) 이라고 할 때, 두 점 A, B 와 y 절편으로 이루어지는 삼각형의 넓이는 28 이다. 두 점 A, B 와 꼭짓점으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

y 절편의 절댓값을 m 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times (1 + 7) \times m = 28 \quad \therefore m = 7$$

$a > 0$ 이고, x 절편이 -7, 1 이므로 y 절편은 음수이다. $y = a(x+7)(x-1)$ 의 그래프가 (0, -7) 을 지나므로

$$-7 = -7a \quad \therefore a = 1$$

$$\begin{aligned} y &= (x+7)(x-1) \\ &= x^2 + 6x - 7 \\ &= (x+3)^2 - 16 \end{aligned}$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$ 이다.

33. 둘레의 길이가 10 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

부채꼴의 반지름의 길이를 r , 호의 길이를 l 이라고 하면 $2r + l = 10$, $l = 10 - 2r$

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(10 - 2r) \\ &= -r^2 + 5r \\ &= -\left(r - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \end{aligned}$$

따라서 반지름이 $\frac{5}{2}$ 일 때, 넓이가 최대가 된다.