

1. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 - k = 0$ 의 해가 없도록 하는 k 값의 범위는?

① $k \geq -\frac{17}{4}$

② $k > -\frac{17}{4}$

③ $k = -\frac{17}{4}$

④ $k < -\frac{17}{4}$

⑤ $k \leq -\frac{17}{4}$

해설

$$D = 5^2 - 4(2 - k) = 25 - 8 + 4k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{17}{4}$$

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로

$$27 = a(-3)^2$$

$$\therefore a = 3$$

3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ③ 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = \frac{1}{2}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

4. 평행이동에 의하여 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

5. 이차함수 $y = (x+2)^2 + 3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-2)^2 + 3$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -(x+2)^2 - 3$

④ $y = -(x+2)^2 + 3$

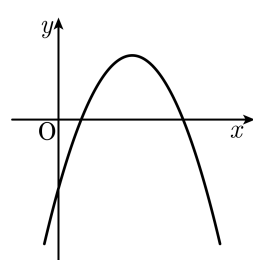
⑤ $y = (x+2)^2 + 3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -(x+2)^2 - 3$ 이다.

6. 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $ap + q > 0$ ② $aq - q < 0$
 ③ $p^2 + q < 0$ ④ $a + pq < 0$
 ⑤ $a(p + q) > 0$



해설

$y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1 사분면에 있으므로
 $a < 0, p > 0, q < 0$ 이다.
 따라서 $a + pq < 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = x^2 + 4ax + 1$ 에서 $x = 4$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다.
 $a + b$ 의 값은?

① 1 ② -17 ③ 17 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 4ax + 1 = (x + 2a)^2 - 4a^2 + 1$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값 b 를 가지므로

$$-2a = 4, -4a^2 + 1 = b$$

$$a = -2, b = -15$$

$$\therefore a + b = -2 - 15 = -17$$

8. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9 ④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

9. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

10. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

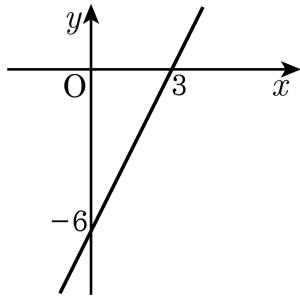
$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$

$$\therefore k = 1$$

11. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20\end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

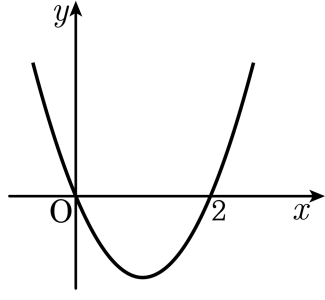
13. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.
상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



- ① 제 1, 2, 3 사분면
- ② 제 1, 3 사분면
- ③ 제 2, 4 사분면
- ④ 제 2, 3, 4 사분면
- ⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$

또한, $y = ax\left(x + \frac{b}{a}\right)$ 에서

$-\frac{b}{a} = 2 > 0$

$\therefore \frac{b}{a} < 0$

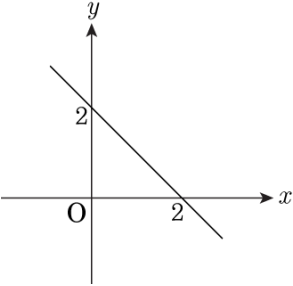
그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$y = -\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0 \right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

15. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

기울기 $a = -1$, y 절편 $b = 2$

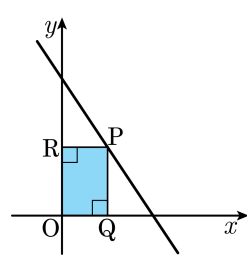
$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$$

$$= -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 5 이다.

16. 직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이므로

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -\frac{3}{2}a + 3$

$$\begin{aligned}\square\text{OQPR} &= ab = a \left(-\frac{3}{2}a + 3 \right) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a \\ &= -\frac{3}{2}(a-1)^2 + \frac{3}{2}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -\frac{3}{2}a + 3 > 0 \quad \therefore 0 < a < 2$$

따라서 $\square\text{OQPR}$ 의 넓이는 $a = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

17. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초 ④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned} h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\ &= -5(t - 3)^2 + 67 \end{aligned}$$

$$t = 3 \text{ 일 때, 최댓값 } h = 67$$

18. 주사위 한 개를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 할 때, 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되는 경우의 수는 얼마인지 구하여라. (단, 중근은 두 근으로 본다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

이차방정식의 정수근을 α, β 라 하면,
 $x^2 - ax + b = (x - \alpha)(x - \beta)$
 $a = 2$ 일 때, $b = 1$
 $a = 3$ 일 때, $b = 2$
 $a = 4$ 일 때, $b = 3, 4$
 $a = 5$ 일 때, $b = 4, 6$
 $a = 6$ 일 때, $b = 5$
그러므로 두 근이 모두 정수가 되는 순서쌍은
(2, 1), (3, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 4), (5, 6), (6, 5)의 7개이다.

19. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 p, q 가 p 는 약수가 2 개인 소수, q 는 홀수이고, $p^2 + q = 25$ 를 만족할 때, $\frac{b^2c + bc^2}{a^3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18354

해설

$p^2 = 25 - q$ 이고 q 가 홀수이므로 p^2 은 짝수이다.
즉 p 도 짝수이고 짝수인 소수는 2 뿐이므로 $p = 2$
 $\therefore q = 21$
따라서 이차방정식은
 $a(x - 2)(x - 21) = ax^2 - 23ax + 42a = 0$
 $\therefore b = -23a, c = 42a$
따라서
$$\begin{aligned} \frac{b^2c + bc^2}{a^3} &= \frac{bc(b + c)}{a^3} \\ &= \frac{-23a \times 42a \times (-23a + 42a)}{a^3} \\ &= (-23) \times 42 \times 19 \\ &= -18354 \end{aligned}$$

20. 연속하는 다섯 개의 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱에서 가장 작은 수의 제곱을 뺀 값을 a , 다섯 개의 수를 모두 더한 값을 b 라 할 때, $a + b = 104$ 이다. 이때, 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

연속하는 다섯 개의 자연수를 $n - 2, n - 1, n, n + 1, n + 2$ (단, $n > 2$ 인 자연수)라 하면
 $(n + 2)^2 - (n - 2)^2 = 8n = a$
 $(n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) = 5n = b$
 $8n + 5n = 104$
 $\therefore n = 8$
따라서 가장 큰 수는 10 이다.

21. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 만큼 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 4 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3cm

해설

처음 원의 반지름 : r
늘인 원의 반지름 : $r + 3$
 $\pi(r + 3)^2 = 4\pi r^2$
 $r^2 + 6r + 9 = 4r^2$
 $3r^2 - 6r - 9 = 0$
 $r^2 - 2r - 3 = 0$
 $(r - 3)(r + 1) = 0$
 $\therefore r = 3 \text{ cm } (r > 0 \text{ 이므로})$

22. 이차함수 $y = (x - 1)(x - p^2)$ ($p > 0$) 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1, 0)$, $(p^2, 0)$ 이고
 y 축과 만나는 점은 $(0, p^2)$

외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\frac{p^2 + 1}{2} = 6$

$\therefore p = \pm \sqrt{11}$

따라서 $p > 0$ 이므로 $p = \sqrt{11}$ 이다.

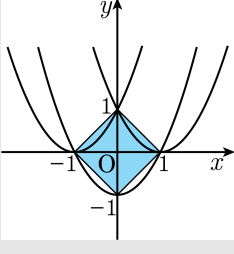
23. 세 이차함수 $y = x^2 - 1$, $y = (x + 1)^2$, $y = (x - 1)^2$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

세 이차함수의 그래프는 모양과 폭이 같으므로 세 이차함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 이다.

24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(-1, 4)$ 를 지날 때, 꼭짓점은 제 A 사분면 위에 있으며 제 B 사분면과 제 C 사분면을 지나지 않는다. $A + B + C$ 의 값을 구하면?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

주어진 세 점을 각각 $y = ax^2 + bx + c$ 에 대입한다.

점 $(0, 1)$ 을 대입하면 $c = 1$

점 $(1, 2)$ 를 대입하면 $a + b + 1 = 2$

즉, $a + b = 1$ …… ㉠

점 $(-1, 4)$ 를 대입하면 $a - b + 1 = 4$

즉, $a - b = 3$ …… ㉡

㉠+ ㉡에서 $2a = 4$

$\therefore a = 2, b = -1$

$\therefore y = 2x^2 - x + 1$

$$= 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) + 1$$

$$= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}$$

따라서, 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{8}\right)$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 제

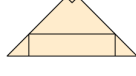
1사분면 위에 있으며 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록 즉, 제 1, 2

사분면을 지난다.

따라서 $A = 1, B = 3, C = 4$ 이므로 $A + B + C = 1 + 3 + 4 = 8$

이다.

25. 빗변의 길이가 40 인 직각이등변삼각형에 다음 그림과 같이 직사각형을 그릴 때, 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

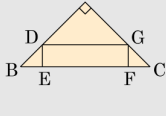


▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

다음 그림에서 선분 DE 의 길이를 x 라 하면
 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle B = 45^\circ$ 이므로
 $\overline{BE} = x$ 이다.



마찬가지로 $\overline{FC} = x$

$$\therefore \overline{EF} = 40 - x - x = 40 - 2x$$

직사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= x(40 - 2x) \\ &= -2x^2 + 40x \\ &= -2(x - 10)^2 + 200 \end{aligned}$$

따라서 $x = 10$ 일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값은 200 이다.