

1. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4(x - 3) = 2.1$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$ ② $x = \frac{2 \pm 4\sqrt{2}}{3}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{33}}{3}$
④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{34}}{3}$ ⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{35}}{3}$

해설

양변에 10 을 곱하면

$$3x^2 - 4(x - 3) = 21$$

$$3x^2 - 4x - 9 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$

② $y = -3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$

④ $y = 2x^2 + 5$

⑤ $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 양수이면서 절댓값이 작은 것을 찾는다.

3. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$

② $x > -1$

③ $x < 1$

④ $x > 1$

⑤ $x > 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

4. $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 3) - 54 = 0$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 라 하면, } X(X + 3) - 54 = 0$$

$$X^2 + 3X - 54 = (X - 6)(X + 9) = 0$$

$$X \geq 0 \text{ 이므로 } X = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6$$

5. 이차방정식 $9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0$ 이 증근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0$ 에서

$(6a)^2 - 4 \times 9(5a - 4) = 0$

$a^2 - 5a + 4 = 0$

$a = 1, 4$

$\therefore a$ 의 값 중 큰 것은 4 이다.

6. 이차방정식 $x^2-2x-4=0$ 의 두 근을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2+4\alpha\beta$ 의 값을 구하면?

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = -4$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta = 4 - 8 = -4$

7. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라고 할 때, $x^2 - bx + a = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5 + 3\sqrt{2}$

▷ 정답 : $x = 5 - 3\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5$$

$$a = 7, b = 10$$

$$x^2 - 10x + 7 = 0$$

$$x^2 - 10x + 25 = 18$$

$$(x - 5)^2 = 18$$

$$\therefore x = 5 \pm 3\sqrt{2}$$

8. 내 나이는 동생의 나이보다 5 살 많고, 동생 나이의 제곱은 내 나이의 2 배보다 2 살이 적을 때 내 나이를 구하면?

① 7 살 ② 8 살 ③ 9 살 ④ 10 살 ⑤ 11 살

해설

내 나이와 동생의 나이를 각각 x , $x-5$ 라 하면

$$(x-5)^2 = 2x-2$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$(x-9)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 9 \text{ (살)} (\because x > 5)$$

9. 어떤 원의 반지름의 길이를 2cm 만큼 늘였더니 넓이가 처음 원의 3배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $1 + \sqrt{2}\text{cm}$
- ② $1 + \sqrt{3}\text{cm}$
- ③ $1 + 2\sqrt{2}\text{cm}$
- ④ $1 + 2\sqrt{3}\text{cm}$
- ⑤ $2 + \sqrt{3}\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름의 길이를 $x\text{ cm}$, 늘인 원의 반지름의 길이를 $(x + 2)\text{ cm}$ 이라 하면

$$3\pi x^2 = \pi(x + 2)^2$$

$$3x^2 = x^2 + 4x + 4, \quad x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - (-2)} = 1 \pm \sqrt{3}$$

따라서 $x > 0$ 이므로 $(1 + \sqrt{3})\text{ cm}$

10. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3, 0)$

② $(0, 3)$

③ $(-2, 0)$

④ $(0, -2)$

⑤ $(-2, 1)$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + q, q = 3$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

11. 다음은 이차함수 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① y 축을 축으로 한다.
 - ② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
 - ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
 - ④ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
 - ⑤ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0,0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(4, 3)$ 을 지났다. b 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + b$ 에 $(4, 3)$ 을 대입하면

$$3 = \frac{1}{2} \times 4^2 + b$$

$$\therefore b = 3 - \frac{16}{2} = -5$$

13. 이차함수 $y = -2(x + 1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 (1, 0) 이다.
- ④ 최솟값 0 을 갖는다.
- ⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② $x = -1$ 에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ④ 최댓값 0 을 갖는다.

14. 이차함수 $y = 2x^2 - 8mx + 10m^2 - 11m + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = -3x + 5$ 위에 있을 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -\frac{1}{2}$

▷ 정답 : $m = 3$

해설

$$y = 2x^2 - 8mx + 10m^2 - 11x + 2 \\ = 2(x - 2m)^2 + 2m^2 - 11m + 2$$

꼭짓점 $(2m, 2m^2 - 11m + 2)$ 가 직선 $y = -3x + 5$ 위에 있으므로

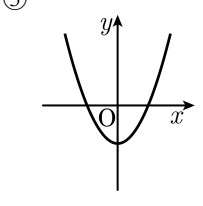
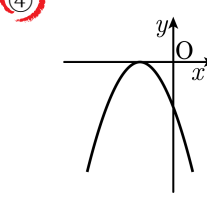
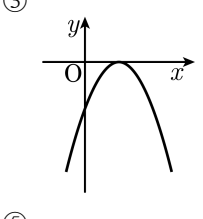
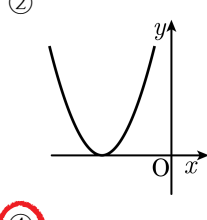
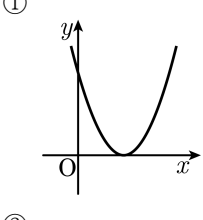
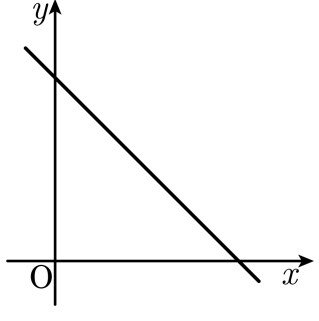
$$2m^2 - 11m + 2 = -6m + 5$$

$$2m^2 - 5m - 3 = 0$$

$$(2m + 1)(m - 3) = 0$$

$$m = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } m = 3$$

15. 다음은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = a(x + b)^2$ 의 그래프는 어느 것인가?



해설

일차함수 $y = ax + b$ 에서 기울기는 음수이고 y 절편은 양수이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.
 $y = a(x + b)^2$ 에서 $a < 0$ 이므로 위로 볼록하고,
꼭짓점 $(-b, 0)$ 에서 $b > 0$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 음이면서 x 축에 접하는 그래프이다.
따라서 ④번 그래프가 적당하다.

16. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\ &= 2x^2 - 8x - 3 \end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

17. 이차함수 $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = x + a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이고 직선

$y = x + a$ 위에 있으므로

$$4 = \frac{1}{2} + a \quad \therefore a = \frac{7}{2}$$

18. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 점 $(m, -12)$ 를 지난다고 한다. 이 때, m 의 값들의 합은?

① -1 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 $y = -3(x+1)^2$ 이고, 점 $(m, -12)$ 을 지나므로 $-12 = -3(m+1)^2$ 이다.
따라서 $m = 1$ 또는 $m = -3$ 이므로 합은 -2 이다.

19. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않게 되는 k 의 값의 범위는?

① $k < 6$

② $k > -6$

③ $k > 9$

④ $k < -9$

⑤ $k > 10$

해설

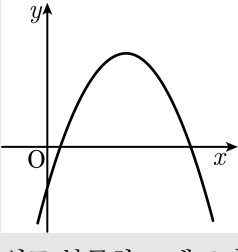
$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

20. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 1, 3, 4사분면을 지난다고 할 때, a, b, c 의 부호가 바르게 짝지어 진 것은?

- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
- ② $a > 0, b > 0, c < 0$
- ③ $a < 0, b < 0, c < 0$
- ④ $a < 0, b < 0, c > 0$
- ⑤ $a < 0, b > 0, c < 0$

해설

제 2사분면을 지나지 않으려면 다음 그래프와 같다.



위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$
축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

21. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 이고, 한 점 $(0, -2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수식이 $y = a(x-p)^2 + q$ 일 때, apq 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-3, 1)$ 이므로

$$y = a(x+3)^2 + 1$$

점 $(0, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = a(0+3)^2 + 1, a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, p = -3, q = 1 \text{ 이므로}$$

$$apq = -\frac{1}{3} \times (-3) \times 1 = 1 \text{ 이다.}$$

22. 축의 방정식이 $x = 4$ 이고, 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 지나는 포물선의 y 절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y = a(x - 4)^2 + q$ 에 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a + q = -10, a + q = -4$$

$$\therefore a = -2, q = -2$$

$$y = -2(x - 4)^2 - 2 \text{에 } x = 0 \text{을 대입하면 } y = -34$$

23. 이차함수 $y = a(x + b)^2 + 4$ 에서 x 축의 방향으로 3 , y 축의 방향으로 2 만큼 움직였을 때 최솟값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x + b)^2 + 4$ 에서 $a > 0$ 이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.
 x 축의 방향의 이동에 상관없이 y 축의 방향의 이동만 고려하면 되므로
 $4 + 2 = 6$

24. 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 2k - 1$ 의 최댓값이 5 일 때, k 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + 2k - 1 \\ &= -(x - 2)^2 + 4 + 2k - 1 \\ &= -(x - 2)^2 + 2k + 3 \end{aligned}$$

최댓값이 5 이므로 $2k + 3 = 5$

$$\therefore k = 1$$

25. 합이 30 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 15

해설

두 수를 각각 x , $30 - x$ 라고 하면,
 $y = x(30 - x)$
 $= -x^2 + 30x$
 $= -(x - 15)^2 + 225$
 $x = 15$ 일 때, 최댓값 225 를 가지므로 $30 - x = 15$ 이다.

26. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

27. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

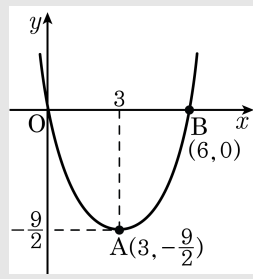
$x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 - k\alpha - 2\alpha - 3 = 0$ 에서, $\alpha^2 - k\alpha - 3 = 2\alpha$
 $\beta^2 - k\beta - 2\beta - 3 = 0$ 에서, $\beta^2 - k\beta - 3 = 2\beta$
두 근의 곱 $\alpha\beta = -3$
 $\therefore 3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3) = 3 \times 2\alpha \times 2\beta = -36$

28. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ 의 꼭지점을 A, 원점을 O, 점 O의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 B라 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설



$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$$

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10 ② -12 ③ -14 ④ -16 ⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+2)(x-4) \\ &= a(x^2 - 2x - 8) \\ &= a(x-1)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2, c = 8$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$

30. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 $y = -5x^2 + 20x + 60$ 인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

- ① 1 초, 3 초 ② 2 초, 4 초 ③ 2 초, 6 초
④ 3 초, 6 초 ⑤ 3 초, 8 초

해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은
 $y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x - 2)^2 + 80$ 이므로
 $x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 80
따라서 2 초 후이다.
지면에 떨어질 때 $y = 0$ 이다.
 $0 = -5x^2 + 20x + 60$
 $-5(x^2 - 4x - 12) = 0$
 $-5(x - 6)(x + 2) = 0$
그런데, $x > 0$ 이므로 $x = 6$
즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.

31. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다. 이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 에서

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2$$

$$\alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4$$

$$2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore ab = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

32. 100g 의 물이 들어 있는 그릇에서 일정 양의 물을 퍼낸 다음 퍼낸 물의 양과 같은 양의 소금을 넣어 잘 저었다. 이 소금물에서 처음 퍼낸 물의 양보다 2 배 더 많은 소금물을 퍼내고 퍼낸 소금물의 양과 같은 양의 소금을 넣었더니 28% 의 소금물이 되었다면, 처음 퍼낸 물의 양은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 10 g

해설

처음 퍼낸 물의 양을 x g 이라 하면 100g 의 물이 들어 있는 그릇에서 x g 의 물을 퍼낸 다음 x g 의 소금을 넣었으므로 $x\%$ 의 소금물 100g 이 된다.

또, $2x$ g 의 소금물을 퍼내고 $2x$ g 의 소금을 넣었으므로 이 소금물 100g 에 녹아 있는 소금의 양은

$$\frac{x}{100} \times 100 - \frac{x}{100} \times 2x + 2x = \frac{28}{100} \times 100$$

$$300x - 2x^2 = 2800$$

$$x^2 - 150x + 1400 = 0$$

$$(x - 10)(x - 140) = 0$$

$$\therefore x = 10 \text{ 또는 } x = 140$$

그런데 100g 의 물에서 더 많은 양의 물을 퍼낼 수는 없으므로 처음 퍼낸 물의 양은 10g 이다.

33. 동서 방향으로 길이가 500 m, 남북방향으로 길이가 200 m 인 직사각형 모양의 땅에 동서 방향으로 x 개, 남북방향으로 $2x$ 개의 길을 내려고 한다. 도로의 넓이가 전체 땅의 넓이의 8.8%가 되도록 할 때, x 의 값으로 알맞은 것은? (단 도로의 폭은 1 m로 일정하다.)

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

동서방향으로 난 도로의 넓이는 $500 \times x = 500x(\text{m}^2)$,
남북방향으로 난 도로의 넓이는 $200 \times 2x = 400x(\text{m}^2)$ 이고,
동서 방향과 남북 방향으로 난 도로가 겹치는 부분의 넓이는 $x \times 2x = 2x^2$ 이므로
도로의 넓이는 $500x + 400x - 2x^2 = 500 \times 200 \times \frac{8.8}{100}, 900x - 2x^2 = 8800$,
 $x^2 - 450x + 4400 = 0, (x - 440)(x - 10) = 0$
 $\therefore x = 10$ ($\because 0 < x < 200$)