1. 다음 등식 중에서 이차방정식에 해당하는 글자를 차례대로 쓰면 어떠한 문장이 된다.
이차방정식인 것을 골라 문장을 구하여라.

㉠ $4x(x-1)=3x+1$ 신
㉡ $2x^2+1=2x(x-1)$ 바
㉢ $-x^2+5x-2$ 람
㉣ $(x-1)(x+2)=0$ 나
㉤ $4x^2+1=4(x+1)$ 는
㉥ $6x-1$ 방
㉦ $x^2+2x=x^2-1$ 정
㉧ $2(x-1)(x+1)=2x^2+1$ 식
㉨ $10x^2+5x-12=0$ 수
㉩ $x(x+2)=0$ 학

▶ 답:

▷ 정답: 신나는 수학

해설

㉠ x 에 대한 이차방정식이다.
㉡ 정리하면 $2x+1=0$: x 에 대한 일차방정식이다.
㉢ x 에 대한 이차식이다.
㉣ 정리하면 $x^2+x-2=0$: x 에 대한 이차방정식이다.
㉤ x 에 대한 이차방정식이다.
㉥ x 에 대한 일차식이다.
㉦ 정리하면 $2x+1=0$: x 에 대한 일차방정식이다.
㉧ 정리하면 $0=3$: 이차방정식이 아니다. 거짓인 등식이다.
㉨ x 에 대한 이차방정식이다.
㉩ x 에 대한 이차방정식이다.

2. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$
② $x^2+2x=0$
③ $3x^2+x-1=0$
④ $x^2-9x+14=0$
⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x^2-9x+14=0$
$(x-2)(x-7)=0$
$\therefore\ x=2$ 또는 $x=7$

3. 이차방정식 $x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 고르면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 가지려면
완전제곱식의 형태로 변형되어야 한다.
$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$ 이므로, $4 + 4m = 16$
$4m = 12$
$\therefore m = 3$

4. 다음은 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 위로 볼록한 포물선이다.

② $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이고, 대칭축은 y 축이다.

④ 점 $(-1,\ 2)$ 를 지난다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가한다.

해설

④ $2 \neq -2 \times 1^2$

5. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 0)$ 이 되도록 하는 것은?

① x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동

② x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

③ y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동

④ x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동

⑤ y 축의 방향으로 3 만큼, x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이고, 꼭짓점의 x 좌표는 p 이고 y 좌표는 0 이므로 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 0)$ 이 된다.

6. 이차함수 $y = 3(x-1)^2 - 3$의 그래프는 $y = 3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프이다. a, b를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $b = -3$

해설

$y = 3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 3(x-a)^2 + b$ 이므로 $a = 1$, $b = -3$이다.

7. $y = (k+1)(k-2)x^2 - 5x + 3$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ 1	㉡ 2	㉢ 3	㉣ −1	㉤ −2
㉥ −3				

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $(k+1)(k-2) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 2$ 이다.

8. 이차함수 $y = -2(x-1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

위로 볼록하고 꼭짓점이 $(1, 4)$
$\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

9. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$3^2 - 4 \times 3 + a = 0$ $\therefore\ a = 3$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x-3)(x-1) = 0$

따라서 다른 한 근은 1 이다.

$\therefore\ 3 - 1 = 2$

10. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$　② $2x^2 - 6 = 0$　③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$　⑤ $2(x-5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$이므로 근이 없다.

11. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

④ $x = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \dfrac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(짝수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$\therefore\ 3 < \sqrt{15}$ 이므로 양의 해는 $\dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$

12. 이차방정식 $x^2 - 2x - 5 - k = 0$ 의 해의 개수가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$D = (-2)^2 - 4(-5 - k) = 0$
$6 + k = 0$
$\therefore\ k = -6$

13. 이차방정식 $kx^2 + 4x + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖게 될 k 의 범위는?

① $k > 4$ ② $k < 4$ ③ $k \geq 4$

④ $k \leq 4$ ⑤ $-4 \leq k \leq 4$

해설

$\frac{D}{4} = 2^2 - k > 0$

$\therefore\ k < 4$

14. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 근이 $-1,\ 2$ 이고, $bx^2+ax+1=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$

해설

두 근이 $-1,\ 2$ 이므로
$(x+1)(x-2)=0$
$x^2-x-2=0$
$\therefore\ a=-1,\ b=-2$
$-2x^2-x+1=0$ 의 두 근이 $\alpha,\ \beta$ 이므로 $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$ 이다.

15. 다음 포물선을 폭이 좁은 것부터 차례로 쓴 것을 고르면?

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = 4x^2$
㉢ $y = \frac{3}{2}x^2$	㉣ $y = \frac{1}{4}x^2$

① ㉠-㉡-㉢-㉣ ② ㉡-㉣-㉠-㉢ ③ ㉡-㉢-㉠-㉣

④ ㉢-㉠-㉣-㉡ ⑤ ㉣-㉡-㉢-㉠

해설

이차항의 계수의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁아진다.

16. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

① $y = -x^2 + 4x + 1$　② $y = x^2 - 4x + 1$

③ $y = -x^2 + 4x - 7$　④ $y = x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$

17. x 축과 두 점 $(-3,0)$, $(1,0)$ 에서 만나고, 점 $(2,10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y=2(x-3)(x-1)$ ② $y=-2(x+3)(x-1)$

③ $y=2(x+3)(x-1)$ ④ $y=-2(x-3)(x-1)$

⑤ $y=-2(x-3)(x+1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3,0)$, $(1,0)$ 이므로
$y=a(x+3)(x-1)$ 에 $(2,10)$ 을 대입하면
$10=a(2+3)(2-1)$
$\therefore a=2$
$\therefore y=2(x+3)(x-1)$

18. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 골라라.

㉠ $2x^2-5x-3=0$	㉡ $4x^2+1=0$
㉢ $x^2-2x+4=0$	㉣ $2x^2-6x+1=0$
㉤ $9x^2+6x+1=0$	

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

㉠ $2x^2-5x-3=0,\ x=-\frac{1}{2},3$ 이다.

㉡ $D=-4\times4\times1=-16<0$ 이므로 근이 없다.

㉢ $D=(-2)^2-4\times4=-12<0$ 이므로 근이 없다.

㉣ $2x^2-6x+1=0$, $x=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$ 이다.

㉤ $(3x+1)^2=0,\ x=-\frac{1}{3}$ 로 중근이다.

19. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 의 두 근이 3 , -2 일 때, 이차방정식 $bx^2 + 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은?
(단, a , b 는 상수)

① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 에서
두 근의 합은 $-\frac{a}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{3b}{2}$
$3 + (-2) = -\frac{a}{2}$, $3 \times (-2) = \frac{3b}{2}$
$\therefore a = -2,\ b = -4$
이차방정식 $-4x^2 + 5x - 2 = 0$ 에서
두 근의 곱은 $\frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ 이다.

20. $n-1$ 개의 수 중 2 개의 수를 골라 만들 수 있는 두 자리의 자연수는 72 개일 때, $n-1$ 의 값을 구하여라.

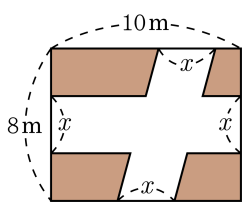
▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$(n-1)(n-2)=72$
$n^2-3n-70=0$
$(n-10)(n+7)=0$
$n>0$ 이므로 $n=10$
따라서 $n-1$ 은 9 이다.

21. 가로, 세로의 길이가 각각 8 m, 10 m인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 폭이 x m로 일정한 길을 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 35 m^{2}일 때, x의 값을 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: 3 m

해설

도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(10-x)$ m, 세로의 길이가 $(8-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(10-x)(8-x)=35$

$x^2-18x+45=0$

$(x-3)(x-15)=0$

$\therefore\ x=3$ m$(\because 0<x<8)$

22. 축의 방정식이 $x=4$이고, 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 지나는 포물선의 y절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y=a(x-4)^2+q$에 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 각각 대입하면
$4a+q=-10, a+q=-4$
$\therefore a=-2, q=-2$
$y=-2(x-4)^2-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-34$

23. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{4}$

해설

$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b$,

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2},\ -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$b = -\frac{a^2}{4}$,

$\therefore\ \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$

24. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β $(\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

25. 밑변의 길이와 높이의 합이 28 cm 인 삼각형의 최대 넓이는?

① $90\,\mathrm{cm}^2$ ② $92\,\mathrm{cm}^2$ ③ $94\,\mathrm{cm}^2$

④ $96\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $98\,\mathrm{cm}^2$

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}x(28-x)$$
$$= \frac{1}{2}(-x^2+28x)$$
$$= -\frac{1}{2}(x^2-28x)$$
$$= -\frac{1}{2}(x-14)^2+98$$