

1. 두 점 A(-3), B(6) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\overline{AB} = |6 - (-3)| = 9$$

2. 세 점 $A(-1, -1)$, $B(1, -5)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?
- ① 이등변삼각형이다.
 - ② 정삼각형이다.
 - ③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
 - ④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
 - ⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

3. 두 점 $A(-2, -1), B(1, 3)$ 을 잇는 선분 AB 를 $3 : 1$ 로 외분하는 점 Q 의 좌표는?

① $(5, -1)$

② $\left(\frac{5}{2}, 5\right)$

③ $\left(-3, \frac{5}{2}\right)$

④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$

⑤ $(3, 1)$

해설

$$\left(\frac{3+2}{3-1}, \frac{9+1}{3-1}\right) = \left(\frac{5}{2}, 5\right)$$

4. $m > 0$ 이고, 두 점 $(m, 3)$, $(1, m)$ 이 기울기가 m 인 직선 위에 있을 때, m 은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$\text{기울기} = \frac{m-3}{1-m} = m, m^2 = 3$$

$$\therefore m = \sqrt{3} (\because m > 0)$$

5. 세 점 $(3, 1)$, $(-2 + a, 4)$, $(7, a)$ 가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

세 점 $A(3, 1)$, $B(-2 + a, 4)$, $C(7, a)$ 가

동일 직선 위에 있으려면

(직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기) 이므로

$$\frac{4 - 1}{-2 + a - 3} = \frac{a - 4}{7 - (-2 + a)}$$

$$\frac{3}{a - 5} = \frac{a - 4}{9 - a}$$

$$27 - 3a = a^2 - 9a + 20$$

$$a^2 - 6a - 7 = (a + 1)(a - 7) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 7$$

따라서 양수 a 의 값은 7

6. $(3k+2)x - (k+1)y + 4 = 0$ 은 k 값에 관계없이 한 정점 $A(a, b)$ 를 지난다. 이때, $a + b$ 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

준 식 : $(3x - y)k + 2x - y + 4 = 0$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$3x - y = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + 4 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : x = 4, y = 12$$

$$\therefore A(a, b) = (4, 12)$$

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

7. 좌표평면에서 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이 있다. $(x, 15)$ 가 원 위의 점일 때, x 는?

① 10 ② 12.5 ③ 15 ④ 17.5 ⑤ 20

해설

두 점 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 의 중점 $(10, 0)$ 이 중심이고

반지름은 15인 원이므로

$$(x - 10)^2 + y^2 = 225$$

$(x, 15)$ 가 이 방정식을 만족시키므로 대입하면,

$$(x - 10)^2 + 15^2 = 225 \quad \therefore x = 10$$

8. 세 점 P(1, 0), Q(0, -1), R(2, 2)을 지나는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이다. 이때, $a + c$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ 2 ⑤ 3

해설

P, Q, R의 좌표를 원의 방정식에 각각 대입하면

$$\begin{cases} 1 + a + c = 0 \cdots \textcircled{A} \\ 1 - b + c = 0 \cdots \textcircled{B} \\ 2a + 2b + c + 8 = 0 \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

$\therefore \textcircled{A}$ 에서 $a + c = -1$

9. 직선 $y = 2x + 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선의 y 절편은?

① -4 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선 $y = 2x + 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면

$$y + 1 = 2(x - 2) + 1,$$

$$y = 2x - 4$$

따라서 구하는 직선의 y 절편은 -4 이다.

10. 좌표평면 위의 점 $(4, -2)$ 을 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시키면 점 (a, b) 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -0

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$y = x$ 대칭 : $x \rightarrow y, y \rightarrow x$

$\therefore (4, -2) \rightarrow (-2, 4) = (a, b)$ 에서 $a + b = 2$

11. 점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 (a, b) 가 된다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(2, -5)$ 이고,
이 점을 다시 x 축의 방향으로 3 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
 $(2 + 3, -5 - 2) = (5, -7) = (a, b)$
따라서, $a = 5$, $b = -7$ 이므로
 $a - b = 12$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ z+x=7 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=2, y=3, z=4$

② $x=2, y=3, z=-4$

③ $x=2, y=3, z=5$

④ $x=2, y=-3, z=4$

⑤ $x=3, y=2, z=4$

해설

주어진 식을 모두 더하면

$$2(x+y+z) = 18, \quad x+y+z = 9 \quad \cdots \textcircled{1}$$

다시 주어진 식에 $\textcircled{1}$ 을 각각 대입한다.

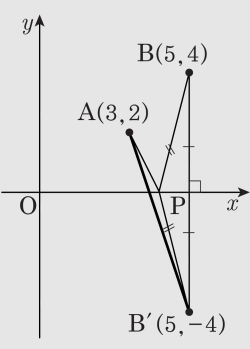
$$\Rightarrow \quad x=3, \quad y=2, \quad z=4$$

13. 좌표평면 위의 두 점 A(3,2) , B(5,4) 와 x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 PA + PB 의 최솟값은?

- ① 6
- ② $\sqrt{37}$
- ③ $\sqrt{38}$
- ④ $\sqrt{39}$
- ⑤ $\sqrt{40}$

해설

다음 그림과 같이 점 B(5, 4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B'(5, -4) 라 하면
 $\overline{PB} = \overline{PB'}$ 이므로
 $\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'}$
따라서 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $\overline{AB'}$ 이고
 $\overline{AB'} = \sqrt{(5-3)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$



14. A(0, -2), B(3, 3), C(4, 0) 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

또, 직선 BC의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

A(0, -2)로부터 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$$

15. 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)
- ① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$(2 - 3i)z = (2 - 3i)(a + bi)$$
$$= (2a + 3b) + (2b - 3a)i \cdots \textcircled{1}$$

①이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

16. 중심이 (2, 3) 이고 y 축에 접하는 원의 방정식은?

- ① $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ ② $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$
③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$ ④ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$
⑤ $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 5$

해설

중심이 (2,3) 일 때 y 축에 접해야 하므로
반지름의 길이는 2 이다.

17. 두 원 $x^2 - 2x + y^2 + 3 = 0$ 과 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ 에 대하여 공통현의 방정식을 구하면?

① $2x - y - 3 = 0$

② $2x - 2y + 3 = 0$

③ $2x - 2y - 3 = 0$

④ $2x + 2y - 3 = 0$

⑤ $2x + 2y + 3 = 0$

해설

$$\begin{aligned}(x^2 - 2x + y^2 + 3) - (x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3) &= 0 \\ -4x + 4y + 6 &= 0 \\ \therefore 2x - 2y - 3 &= 0\end{aligned}$$

18. 중심이 원점이고, 직선 $2x - y + 5 = 0$ 에 접하는 원의 반지름의 길이는?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

원의 반지름의 길이 r 는 원의 중심 $(0,0)$ 과 직선 $2x - y + 5 = 0$ 사이의 거리와 같으므로

$$r = \frac{|0 + 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}$$

19. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

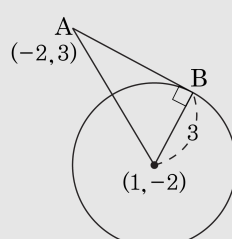
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로

$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



20. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 A(1,2)에서 그은 접선의 방정식은?

① $-2x + y + 5 = 0$

② $-2x + y - 3 = 0$

③ $x - y + 5 = 0$

④ $x + 2y + 5 = 0$

⑤ $x + 2y - 5 = 0$

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \quad \therefore x + 2y - 5 = 0$$

21. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, x^{51} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 에서

$(x^2 - x + 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x^3 + 1 = 0$

$x^3 = -1$

$x^{51} = (x^3)^{17} = (-1)^{17} = -1$

22. 방정식 $2xy-4x-y=4$ 를 만족하는 양의 정수 x, y 를 구하면 $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\beta \end{cases}$,

$$\begin{cases} x=y \\ y=\delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha+\beta+\gamma+\delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

주어진 식을 변형하면 $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서 x, y 가 양의 정수이므로

$2x-1, y-2$ 도 각각 정수이고 특히 $2x-1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha+\beta+\gamma+\delta=15$$

23. 좌표평면 위의 세 점 A(3, 3), B(-3, 0), C(3, 0) 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점을 P(a , b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (a-3)^2 + (b-3)^2 + (a+3)^2 + b^2 + (a-3)^2 + b^2 \\ &= 3(a^2 + b^2 - 2a - 2b + 12) \\ &= 3(a-1)^2 + 3(b-1)^2 + 30 \end{aligned}$$

따라서 $a = 1$, $b = 1$ 일 때, 최솟값 30 을 갖는다.
 $\therefore a + b = 2$

24. 이차방정식 $x^2 - 2x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 원점에서 직선 $\alpha x + \beta y + 10 = 0$ 까지의 거리를 구하시오.

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 6 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -6$

$$l = \frac{|0 + 0 + 10|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = \frac{10}{\sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}} = \frac{10}{\sqrt{16}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

25. 두 원 $x^2 + y^2 - 5 = 0$, $x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$ 의 교점과 점(1,1)을 지나는 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 일 때, $A + B - C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + y^2 - 5 = 0, x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$$

교점을 지나는 원의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 5)m + x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$$

의 꼴이고, 이 원이 점 (1,1)을지나므로

$$(1 + 1 - 5)m + 1 + 1 - 3 - 1 - 4 = 0$$

$$\therefore m = -2$$

이 값을 대입하고 정리하면

$$x^2 + y^2 + 3x + y - 6 = 0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = 3, B = 1, C = -6$$

$$\text{그러므로 } A + B - C = 10$$