1. x, y가 자연수일 때, $x+y-7=0$ 에 대하여 x, y 순서쌍의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6개

해설

자연수 x, y 에 대하여 $x+y-7=0$ 를 만족하는 순서쌍은 $(1,\ 6)$, $(2,\ 5)$, $(3,\ 4)$, $(4,\ 3)$, $(5,\ 2)$, $(6,\ 1)$ 으로 6 개이다.

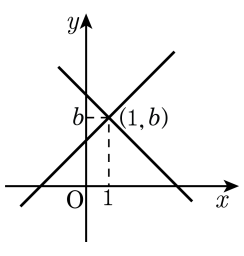
2. $(3a,\ 2a)$가 일차방정식 $x+2y=-28$의 해일 때, 상수 a의 값은?

① 4　② −2　③ 2　④ −4　⑤ 6

해설

$(3a,\ 2a)$를 $x+2y=-28$에 대입하면 $3a+4a=-28$이므로
$a=-4$이다.

3. 다음 그림은 미지수가 2개인 연립방정식 $\begin{cases} x+y=4 \\ ax-y=-2 \end{cases}$ 의 해를 그래프를 이용하여 구한 것이다. 이때, $a+b$의 값은?



① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

해설

$x=1,\ y=b$를 $x+y=4$에 대입하면 $b=3$
$x=1,\ y=3$을 $ax-y=-2$에 대입하면 $a=1$
따라서 $a+b=1+3=4$이다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} 3x-4y=6 & \cdots ㉠ \\ 2x+3y=-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 을 가감법으로 풀 때, 계산 중 필요한 식을 고르면? (정답 2 개)

① ㉠ + ㉡
② ㉠ × 2 + ㉡ × 3
③ ㉠ × 2 − ㉡ × 3
④ ㉠ × 3 + ㉡ × 4
⑤ ㉠ × 3 − ㉡ × 4

해설

③ x 소거
④ y 소거

5. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=20 \\ 2y-x=k \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값과 y 의 값의 차가 4 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $x>y$)

① -12 ② -6 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$x-y=4$ 이므로 $\begin{cases} 2x-y=20 \\ x-y=4 \end{cases}$ 를 연립하면 $x=16,\ y=12,$

위에서 구한 해를 $2y-x=k$ 에 대입하면, $24-16=k$

$\therefore\ k=8$

6. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=10 \\ x+3y=a+12 \end{cases}$ 를 만족하는 y 의 값이 x의 값의 3 배일 때, a 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

y 의 값이 x의 값의 3 배이므로 $y=3x$, 이를 $2x+y=10$에 대입하면 $2x+3x=10$, $x=2$ 이다. 따라서 $y=6$, $x=2$, $y=6$ 을 $x+3y=a+12$에 대입하면 $2+3\times 6=a+12$, $a=8$이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+5y=1 \\ 4x+10y=a \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, 다음 중 a의 값이 될 수 없는 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

첫 번째 식에 $\times 2$를 하면 $4x+10y=2$ 이고 해가 없으려면 이 식에서 두 번째 식을 빼면 $0 \cdot x = k\ (k \neq 0)$ 꼴이 되어야 하는데 $a=2$ 인 경우 k 값이 0 이 되므로 $a \neq 2$ 이다.

8. 볼펜 2 자루와 지우개 1 개의 값은 1300 원이고, 볼펜 3 자루와 지우개 2 개의 값은 2100 원이다. 지우개 1 개의 가격은?

① 200 원 ② 300 원 ③ 400 원
④ 500 원 ⑤ 600 원

해설

볼펜 한 자루의 가격을 x 원, 지우개 한 개의 가격을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} 2x+y=1300 & \cdots(1) \\ 3x+2y=2100 & \cdots(2) \end{cases}$$

$(1)\times 2-(2)$ 하면 $x=500$

$x=500$ 을 (1) 에 대입하면 $1000+y=1300$

$y=300$

9. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$a+b+c=24$

$\frac{a+b}{3}=\frac{b+c}{5}=\frac{c+a}{4}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=4$

▷ 정답: $b=8$

▷ 정답: $c=12$

해설

$\frac{a+b}{3}=\frac{b+c}{5}=\frac{c+a}{4}=k$ 라 하면

$a+b=3k\cdots$㉠

$b+c=5k\cdots$㉡

$c+a=4k\cdots$㉢

㉠ + ㉡ + ㉢ 을 하면

$2(a+b+c)=12k \quad \therefore a+b+c=6k$

그런데 $a+b+c=24$ 이므로 $6k=24, k=4$

따라서 $a+b=12,\ b+c=20,\ c+a=16$ 이므로

$\therefore a=4,\ b=8,\ c=12$

10. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x-y} - \dfrac{1}{x+y} = -1 \\ \dfrac{1}{2x-2y} + \dfrac{2}{x+y} = 5 \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \dfrac{85}{132}$

▷ 정답: $y = -\dfrac{25}{132}$

해설

$\dfrac{1}{x-y} = A, \dfrac{1}{x+y} = B$ 라 하면

$A - B = -1 \cdots$㉠

$\dfrac{A}{2} + 2B = 5 \cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A = \dfrac{6}{5}, B = \dfrac{11}{5}$

$\dfrac{1}{x-y} = \dfrac{6}{5}, \dfrac{1}{x+y} = \dfrac{11}{5}$

$\therefore x - y = \dfrac{5}{6} \cdots$㉢ , $x + y = \dfrac{5}{11} \cdots$㉣

따라서 ㉢, ㉣을 연립하여 풀면

$x = \dfrac{85}{132}, y = -\dfrac{25}{132}$

11. 다음 연립방정식에서 xy 의 값은?

$$3(x+y)-y=4x-2(x+y)=5$$

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{cases} 3(x+y)-y=5 \\ 4x-2(x+y)=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2y=5\cdots① \\ 2x-2y=5\cdots② \end{cases}$$

① + ② 하면, $x=2$, $y=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ xy=-1$

12. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y &= 4 \\ 4x+6y &= a \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, 다음 중 a의 값이 될 수 없는 것은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{4}{a}$, $\frac{4}{a} \neq \frac{1}{2}$ 에서 $a \neq 8$

13. 두 자리 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 차는 3이고, 일의 자리 숫자와 십의 자리 숫자를 바꾼 수는 처음 수의 2배보다 9가 작다. 처음 수를 구하여라. (단, 일의 자리의 숫자가 십의 자리의 숫자보다 크다.)

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라고 하면 자리 수를 바꾸었을 때 처음 수보다 커지므로 일의 자리 숫자가 십의 자리 숫자보다 더 크다.

$$\begin{cases} y-x=3 \\ 2(10x+y)-9=10y+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-x=3 \\ 19x-8y=9 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=3$, $y=6$이다.
따라서 처음 수는 36이다.

14. 둘레의 길이가 32cm 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로의 길이를 3cm 늘리고, 세로의 길이를 2 배가 되도록 늘렸더니 둘레의 길이가 58cm 가 되었다. 처음 직사각형의 넓이는?

① 20cm^2 ② 40cm^2 ③ 60cm^2

④ 80cm^2 ⑤ 100cm^2

해설

처음 직사각형의 가로의 길이를 x , 세로의 길이를 y 라고 하면

$$\begin{cases} 2(x+y)=32 \\ 2(x+3)+2\times 2y=58 \end{cases}$$

괄호를 풀어 정리하면 $\begin{cases} 2x+2y=32 & \cdots(1) \\ 2x+4y=52 & \cdots(2) \end{cases}$

$(2)-(1)$ 하면 $2y=20$

$y=10 \ \cdots(3)$

(3) 을 (1) 에 대입하여 풀면 $x=6$

따라서 처음 직사각형의 넓이는 $xy=6\times 10=60(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 방식이와 방순이 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 계단을 2계단씩 올라가고, 진 사람은 1계단씩 올라가고, 비기는 경우에는 2계단씩 내려가기로 했다. 방식이가 진 횟수가 이긴 횟수의 3 배였다. 그 결과 방식이는 처음보다 11 개의 계단을 올라가고, 방순이는 21 개의 계단을 올라가 있었다. 두 사람이 비긴 횟수를 구하여라.

▶ 답: 회

▷ 정답: 7 회

해설

방식이가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 $3x$, 비긴 횟수를 y 라 하면,
방순이가 이긴 횟수는 $3x$, 진 횟수는 x , 비긴 횟수는 y 이다.

$$\begin{cases} 2x + 3x - 2y = 11 \\ 2 \cdot 3x + x - 2y = 21 \end{cases}$$

연립해서 풀면 $x = 5,\ y = 7$ 이다.

16. 옥경이네 집에서 문희네 집을 거쳐 진숙이네 집까지의 거리는 20km 이다. 옥경이가 집에서 문희네 집까지는 시속 3km 로 걸어가고 문희네 집에서 진숙이네 집까지는 자전거를 타고 시속 8km 로 가서 3 시간이 걸렸다. 옥경이네 집에서 문희네 집까지의 거리는?

① 2km ② 2.4km ③ 10km

④ 17.6km ⑤ 18km

해설

옥경이네에서 문희네까지의 거리를 $x$km, 문희네에서 진숙이네까지의 거리를 $y$km 라 하면

$$\begin{cases} x+y=20 & \cdots(1) \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{8}=3 & \cdots(2) \end{cases}$$

(2) 의 양변에 24 를 곱하면 $8x+3y=72 \cdots(3)$

$(3)-(1)\times 3$ 하면

$5x=12$

$\therefore\ x=2.4$

17. 둘레의 길이가 2km 인 호수가 있다. 정아와 진화는 호수의 둘레를 동시에 반대 방향으로 돌면 5 분 후에 만나고 같은 방향으로 돌면 20 분 후에 만난다. 정아의 속력이 진화의 속력보다 빠르다고 할 때, 진화의 속력은 얼마인가?

① 120m /분 ② 150m /분 ③ 180m /분
④ 200m /분 ⑤ 250m /분

해설

진화의 속력= xm/분 , 정아속력= ym/분
반대 방향으로 돌 때 : $5(x+y)=2000$
같은 방향으로 돌 때 : $20(y-x)=2000$
$x=150, y=250$ 이다.

18. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $3x+y=N$이 단 한 개의 해를 같도록 하는 자연수 N 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$N=1,\ 2,\ 3$ 일 때, $3x+y=N$ 를 만족시키는 자연수 $x,\ y$ 의 순서쌍은 없다.
$N=4$ 일 때, $3x+y=4$ 를 만족시키는 자연수 $x,\ y$ 의 순서쌍은 $(1,\ 1)$ 이다
$N=5$ 일 때, $3x+y=5$ 를 만족시키는 자연수 $x,\ y$ 의 순서쌍은 $(1,\ 2)$ 이다.
$N=6$ 일 때, $3x+y=6$ 를 만족시키는 자연수 $x,\ y$ 의 순서쌍은 $(1,\ 3)$ 이다.
$N=7$ 일 때, $3x+y=7$ 를 만족시키는 자연수 $x,\ y$ 의 순서쌍은 $(1,\ 4),\ (2,\ 1)$ 이다.
따라서 단 한 개의 해를 같도록 하는 자연수 N 의 값은 $4,\ 5,\ 6$ 이다.

19. x, y 에 관한 두 일차방정식 $y = ax + 5$ 와 $bx + y = -c$ 의 해가 $(-1,\ 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a^2 - b + c$ 의 값은?

① 4 ② 7 ③ 9 ④ 12 ⑤ 13

해설

$(-1,\ 2)$ 를 $y = ax + 5$ 에 대입하면 $2 = -a + 5$, 따라서 $a = 3$ 이고,
$(-1,\ 2)$ 를 $bx + y = -c$ 에 대입하면 $-b + 2 = -c$, 따라서 $b - c = 2$ 가 된다.
$\therefore\ a^2 - b + c = a^2 - (b - c) = 9 - 2 = 7$

20. 직선 $ax+by=1$ 이 두 직선 $2x-y=5,\ x+2y=5$ 의 교점을 지나고 있다. 이때, a 를 b에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $a=1-3b$　② $a=1+3b$　③ $a=\dfrac{1-b}{3}$

④ $a=\dfrac{1+b}{3}$　⑤ $a=\dfrac{1-5b}{5}$

해설

$\begin{cases} 2x-y=5 & \cdots(1) \\ x+2y=5 & \cdots(2) \end{cases}$ 에서 $(1)\times 2+(2)$를 하면

$5x=15$

따라서 $x=3,\ y=1$

$ax+by=1$에 교점 $(3,\ 1)$ 을 대입하면

$3a+b=1$

$\therefore\ a=\dfrac{1-b}{3}$

21. 연립방정식 $\begin{cases} bx+ay=-7 & \cdots ㉠ \\ ax-2by=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 를 푸는데 잘못하여 a, b 를 바꾸어 놓고 풀었더니 $x=3$, $y=-2$ 이 되었다. 이 때, $b+a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x=3$, $y=-2$ 는 $\begin{cases} ax+by=-7 & \cdots ㉠ \\ bx-2ay=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해이므로

대입하면 $\begin{cases} 3a-2b=-7 & \cdots ㉠ \\ 3b+4a=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 이다.

$3\times ㉠+2\times ㉡$ 에서 $a=-1$, $b=2$ 이다.

따라서 $b+a=1$ 이다.

22. 홍콩의 어느 도시의 2 년 전 내국인과 외국인을 합한 총 인구는 20,000 명이었다. 그런데 그 후로 매년 내국인은 10% 씩 증가하고, 외국인은 매년 5% 씩 감소 하여 금년에 내국인이 외국인보다 5,700 명이 많았다. 이 때, 2 년 전의 내국인의 인구는 몇 명인가?(필요하면 $1.1^2 = 1.21$, $0.95^2 = 0.9025$ 를 이용하고, 인구수는 백의 자리에서 버림하여 나타내어라.)

① 8000 명 ② 9000 명 ③ 10000 명

④ 11000 명 ⑤ 12000 명

해설

내국인의 수를 x 명, 외국인의 수를 y 명
$x + y = 20000$, $1.1^2x - 0.95^2y = 5700$
두 방정식을 연립하여 풀면 $x = 11242.\cdots$ 이므로
백의 자리에서 버림하여 나타내면
$x = 11000$(명) 이다.

23. 학생 50 명이 유원지에 있는 세 종류의 놀이배에 나누어 탔다. 5 명 정원인 배는 500 원, 3 명 정원인 배는 350 원, 1 명 정원인 배는 150 원의 요금을 받을 때, 학생들이 빠짐없이 다 타고, 모든 배가 정원을 채웠을 때, 요금의 합은 5350 원이었다. 학생들이 탄 놀이배는 모두 몇 대인지 구하여라.

▶ 답 : 대

▷ 정답 : 14대

해설

5 명 정원인 배의 대수를 x대, 3 명 정원인 배의 대수를 y대, 1 명 정원인 배의 대수를 z대라 하면

$5x + 3y + z = 50 \cdots$㉠

$500x + 350y + 150z = 5350$, $10x + 7y + 3z = 107 \cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $y + z = 7$

$\therefore (y,\ z) = (1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (3,\ 4),\ (4,\ 3),\ (5,\ 2),\ (6,\ 1)$

이때, $x,\ y,\ z$ 는 자연수이므로 $x = 7, y = 4, z = 3$

따라서 놀이배는 모두 $7 + 4 + 3 = 14$(대) 이다.

24. 매일 같은 양의 풀이 자라는 일정한 넓이의 목초지에 양을 방목하려고 한다. 6 일 동안 10 마리의 양들에게 풀을 먹일 수 있고 4 일 동안은 20 마리의 양들에게 풀을 먹일 수 있다. 양을 방목하기 전에 이미 일정한 양의 풀이 목초지에 자라나 있었고, 한 마리의 양이 하루에 소비하는 풀의 양은 모두 같다고 할 때, 이 목초지에서는 양 5 마리를 며칠 동안 키울 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 일

▷ 정답: 8 일

해설

원래 자라나 있던 풀의 양을 a , 하루에 자라는 풀의 양을 b , 한 마리 양이 하루에 소비하는 풀의 양을 c 라 하자.
6 일 동안 10 마리의 양을 키울 수 있으므로
$a + 6b = 10 \times 6 \times c$ ···㉠
4 일 동안 20 마리의 양을 키울 수 있으므로
$a + 4b = 20 \times 4 \times c$ ···㉡
x 일 동안 5 마리의 양을 키울 수 있다고 하면
$a + xb = 5 \times x \times c$ ···㉢
㉠ − ㉡ 에서 $2b = -20c$ $\therefore\ b = -10c$
$b = -10c$ 를 ㉡에 대입하면 $a = 120c$
$a = 120c$, $b = -10c$ 를 ㉢ 에 대입하면 $x = 8$
따라서 8 일 동안 양들을 키울 수 있다.

25. 과녁 A, B, C, D 에 총 10 발을 쏠 수 있는 사격 시합에서 민호는 과녁 A 에 5 발, B 에 3 발, C 에 2 발을 맞춰 93 점을 얻었고, 희영이는 과녁 A 에 1 발, C 에 5 발, D 에 4 발을 맞춰 74 점을, 수철이는 과녁 A, B 에 각각 3 발, 과녁 C, D 에 각각 2 발씩 맞춰 85 점을 얻었다. 과녁 A 를 맞추었을 때 10 점을 얻는다면, 과녁 A, B, C, D 에 각각 1 발씩 맞추었을 때 얻을 수 있는 점수를 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 33 점

해설

과녁 B, C, D 를 쏘아 얻을 수 있는 점수를 각각 x 점, y 점, z 점이라 놓으면,
민호가 얻은 점수는 93 점이므로,
$5 \times 10 + 3x + 2y = 93,\ 3x + 2y = 43 \cdots ①$
희영이가 얻은 점수는 74 점이므로,
$1 \times 10 + 5y + 4z = 74,\ 5y + 4z = 64 \cdots ②$
희영이가 얻은 점수는 85 점이므로,
$3 \times 10 + 3x + 2y + 2z = 85,\ 3x + 2y + 2z = 55 \cdots ③$
$① + ② - ③$ 을 하면 $5y + 2z = 52 \cdots ④$
②와 ④를 연립하여 풀면,
$x = 9,\ y = 8,\ z = 6$
따라서 과녁 A, B, C, D 에 각각 1 발씩 맞추었을 때 얻을 수 있는 점수는
$10 + 9 + 8 + 6 = 33$(점) 이다.