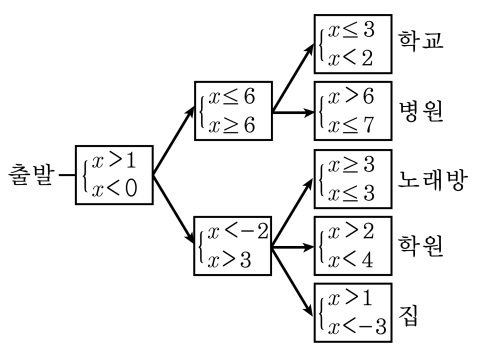
1. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 형태를 갖는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 집

해설

$\begin{cases} x>1 \\ x<0 \end{cases}$ 은 해가 없다. 따라서 해가 없는 것을 따라 가야 한다.

$\begin{cases} x\le 6 \\ x\ge 6 \end{cases}$ 의 해는 $x=6$ 이므로 해가 있다.

$\begin{cases} x<-2 \\ x>3 \end{cases}$ 의 해는 없다. 따라서 이쪽으로 가고, $\begin{cases} x\ge 3 \\ x\le 3 \end{cases}$ 의 해는 $x=3$ 이다. $\begin{cases} x>2 \\ x<4 \end{cases}$ 의 해는 $2<x<4$ 이고 $\begin{cases} x>1 \\ x<-3 \end{cases}$ 은 해가 없으므로 마지막 집을 향해 가고 있음을 알 수 있다

2. 부등식 $5x \le a + 4x$를 만족하는 자연수 x의 개수가 2개일 때, 상수 a의 값이 될 수 있는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$5x \le a + 4x$를 정리하면 $x \le a$
만족하는 범위 내의 자연수는 $1, 2$가 되어야 하므로 $2 \le a < 3$이 되어야 한다.

3. 부등식 $-2x \geq -x - a$를 만족하는 자연수 x의 개수가 4개일 때, 상수 a의 값이 될 수 있는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$-2x \geq -x - a$를 정리하면 $2x \leq x + a,\ x \leq a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3, 4뿐이어야 하므로 $4 \leq a < 5$이 되어야 한다.

4. 부등식 $\frac{6x+9}{3}-\frac{2x+6}{2}<a$를 만족하는 자연수 x의 개수가 6개일 때, 자연수 a의 값은?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

$\frac{6x+9}{3}-\frac{2x+6}{2}<a$를 정리하면

$2x+3-(x+3)<a$

$2x+3-x-3<a$

$\therefore\ x<a$

만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 6개여야 하므로 $7\le a<8$이 되어야 한다.

따라서 $a=7$이다.

5. 부등식 $4x+a \geq 5x-2$를 만족하는 자연수 x의 개수가 1개일 때, 정수 a의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$4x+a \geq 5x-2$를 정리하면

$-x \geq -2-a$, $\therefore\ x \leq a+2$

위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 1개이므로

$a+2=1$

$\therefore\ a=-1$

6. 연립부등식 $\begin{cases} -(6-2x) > 10 \\ 9x+10 \le 8x+18 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \le -4$　　② $-4 \le x < 8$　　③ 해가 없다.

④ $2 \le x < 8$　　⑤ $x > 8$

해설

(i) $-(6-2x) > 10,\ x > 8$

(ii) $9x+10 \le 8x+18,\ x \le 8$

따라서 해가 없다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 0.2x+1 \geq 0.7x \\ \frac{x}{2}-1 > \frac{x}{6}+\frac{1}{3} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 없다.

해설

(i) $0.2x+1 \geq 0.7x$, $x \leq 2$

(ii) $\frac{x}{2}-1 > \frac{x}{6}+\frac{1}{3}$, $3x-6 > x+2$

$\therefore\ x > 4$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

8. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x - a < 3x \\ 3(x-2) \geq 2x - 1 \end{cases}$$

의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 10$　② $a \leq 10$　③ $a > 5$

④ $a \leq 5$　⑤ $a > 3$

해설

$4x - a < 3x$, $x < a$, $3(x-2) \geq 2x - 1$, $x \geq 5$, 해가 없으려면 $a \leq 5$

9. 부등식 $ax < b$ 의 해가 $x > -1$ 이라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, $a \neq 0,\ b \neq 0$)

① $a > b$　　② $a > 0,\ b < 0$　　③ $a + b = 0$

④ $ab > 0$　　⑤ $-\frac{a}{b} < 0$

해설

$ax < b$ 의 해가 $x > -1$ 이므로 $a < 0$

부등식을 풀면 $x > \frac{b}{a}$

따라서 $\frac{b}{a} = -1,\ b = -a$

$\therefore\ a + b = 0$

10. $\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6}$ 의 해가 다음 그림과 같이 수직선 위에 나타내어질 때, a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6}$ 의 양변에 6 을 곱하면, $2x - 3a > 5$

$2x - 3a > 5$ 의 해가 $x > 7$ 이므로 $2x > 5 + 3a$

$x > \frac{5+3a}{2}$ 에서 $\frac{5+3a}{2} = 7$ 이다.

따라서 $a = 3$ 이다.

11. 일차부등식 $(a-2)x > a$ 의 해가 $x < \frac{1}{3}$ 이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$(a-2)x > a$

$x < \frac{a}{a-2}$ 가 $x < \frac{1}{3}$ 이므로

$\frac{a}{a-2} = \frac{1}{3}$ 이다.

$3a = a - 2$

$2a = -2$

$\therefore\ a = -1$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-1)+2(x+5) < x-3 \\ 2.1x-3.2 \geq 1.8x-1.7 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

(i) $3x-3+2x+10 < x-3$ 에서 $4x < -10$, $x < -\frac{5}{2}$

(ii) $21x-32 \geq 18x-17$ 에서 $3x \geq 15$, $x \geq 5$

따라서 만족하는 정수의 갯수는 0 이다.

13. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

㉠ $\begin{cases} 2x+3 \geq x+8 \\ 3x+1 \leq x+7 \end{cases}$

㉡ $\begin{cases} -2(x+3) \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$

㉢ $\begin{cases} 3(2x+9) \geq 5(x+5)+4 \\ x+3 \geq 3(x-\frac{1}{3}) \end{cases}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $\begin{cases} 2x+3 \geq x+8 \\ 3x+1 \leq x+7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$ → 해가 없다.

㉡ $\begin{cases} -2(x+3) \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} -2x-6 \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x > 6 \end{cases} \rightarrow x \geq 7$

㉢ $\begin{cases} 3(2x+9) \geq 5(x+5)+4 \\ x+3 \geq 3(x-\frac{1}{3}) \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} 6x+27 \geq 5x+25+4 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \rightarrow x = 2$

따라서 해가 없는 연립부등식은 ㉠이다.

14. 연립부등식 $3x-2 \le 5x+8 \le 4x+a$의 해가 $b \le x \le 9$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수)

① -6　② -4　③ 12　④ 14　⑤ 22

해설

$3x-2 \le 5x+8$, $3x-5x \le 8+2$, $-2x \le 10$

$\therefore\ x \ge -5$

$5x+8 \le 4x+a$, $5x-4x \le a-8$

$\therefore\ x \le a-8$

$-5 \le x \le a-8$

그런데 해가 $b \le x \le 9$이므로

$b=-5$, $a-8=9$

$\therefore\ a+b=17+(-5)=12$

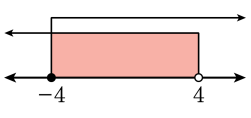
15. 연립부등식 $3x-2 \le 5x+8 \le 4x+a$의 해가 $b \le x \le 9$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수)

① 1　　② 10　　③ 11　　④ 12　　⑤ 15

해설

(i) $3x-2 \le 5x+8$, $x \ge -5$
(ii) $5x+8 \le 4x+a$, $x \le a-8$
$-5 \le x \le a-8$과 $b \le x \le 9$가 같으므로 $b=-5$
$a-8=9$, $a=17$
$\therefore\ a+b=17+(-5)=12$

16. 연립부등식



$$\begin{cases} -4x - 15 \le 1 \\ 3x + a < x \end{cases}$$

의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해는 $-4 \le x < 4$ 이다.

$-4x - 15 \le 1$

$-4x \le 16$

$x \ge -4$ 이므로

$3x + a < x$ 의 해는 $x < 4$ 이다.

$2x < -a \Rightarrow x < -\frac{a}{2}$

$-\frac{a}{2} = 4 \qquad \therefore\ a = -8$

17. 연립부등식

$\begin{cases} a+5x<2a \\ 2(x-1)\geq -6 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않기 위한 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$a+5x<2a$

$x<\frac{a}{5}$

$2(x-1)\geq -6$

$2x-2\geq -6$

$\therefore x\geq -2$

연립부등식이 해를 갖지 않으려면

$\frac{a}{5}\leq -2$

$\therefore a\leq -10$

따라서 a 의 최댓값은 -10 이다.

18. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7 \le 2x-2 \\ 2ax-2b \ge bx+4a \end{cases}$ 의 해가 $x \le -3$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

① 3　　② $\frac{5}{2}$　　③ $\frac{3}{14}$　　④ $\frac{1}{10}$　　⑤ 5

해설

$5x+7 \le 2x-2$, $3x \le -9$, $x \le -3$ ⋯ ㉠

$2ax-2b \ge bx+4a$, $(2a-b)x \ge 4a+2b$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡의 공통되는 부분이 $x \le -3$ 이 되기 위해서는 ㉡에서 $2a-b<0$ 이다.

이때, $x \le \frac{4a+2b}{2a-b}$ 이면서 $\frac{4a+2b}{2a-b} = -3$ 이어야 한다.

$4a+2b = -6a+3b$, $10a = b$

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{10}$

19. x 에 관한 일차부등식 $-5x \geq b - 3ax$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 일 때, $2a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$

해설

$(-5 + 3a)x \geq b$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 로 부등호 방향이 바뀌지 않았으므로

$-5 + 3a > 0$

$\therefore a > \frac{5}{3}$

부등식의 양변을 $-5 + 3a$ 로 나누면

$x \geq \frac{b}{-5 + 3a}$ 이고, 이 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 이므로

$\frac{b}{-5 + 3a} = -\frac{1}{3}$

$-3b = 3a - 5, 3a + 3b = 5$ 이므로 $a + b = \frac{5}{3}$

$\therefore 2a + 2b = \frac{10}{3}$

20. 부등식 $ax + a - b < 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, 부등식 $(a - 2b)x > a + b$ 를 풀면?

① $x > 2$　　② $x > 1$　　③ $x < -1$

④ $x < -2$　　⑤ $x < -3$

해설

$ax < -a + b$

$x < \dfrac{-a + b}{a} = 1 \ (\because a > 0)$

$-a + b = a, \ -2a = -b, \ 2a = b$

$(a - 2b)x > a + b, \ (a - 4a)x > a + 2a$

$-3ax > 3a$

$\therefore x < -1 (\because -3a < 0)$

21. 연립부등식 $\begin{cases} ax-3 \le 9 \\ -2x+6 \ge b \end{cases}$ 의 해와 방정식 $-4x+7 = 16+2x$ 의 해가 같을 때,
$a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\begin{cases} ax-3 \le 9 \\ -2x+6 \ge b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax \le 12 \\ x \le \dfrac{6-b}{2} \end{cases}$

$-4x+7 = 16+2x$

$-6x = 9$

$\therefore\ x = -\dfrac{3}{2}$

$\dfrac{-b+6}{2} = -\dfrac{3}{2},\ b = 9$

$ax \le 12$ 의 해는 $x \ge -\dfrac{3}{2}$ 이므로 $\dfrac{12}{a} = -\dfrac{3}{2}$

$\therefore a = -8$

$\therefore a+b = -8+9 = 1$

22. 연립부등식

$$\begin{cases} x+2y \geq a+2 \\ y+2z \geq 2(a+4) \\ z+2x \geq a+5 \end{cases}$$

의 해 $x,\ y,\ z$ 가 $x+y+z=9$ 를 만족할 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} x+2y \geq a+2 \\ y+2z \geq 2(a+4) \\ z+2x \geq a+5 \end{cases}$$

위 부등식을 변변 더하면 $3(x+y+z) \geq 4a+15$

$x+y+z=9$ 이므로 $27 \geq 4a+15$

$\therefore\ a \leq 3$

따라서 a 의 최댓값은 3 이다.