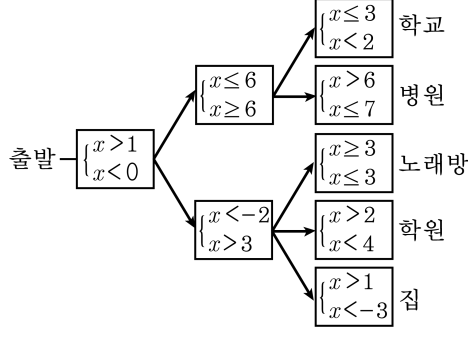


1. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 형태를 갖는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 집

해설

$\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ 은 해가 없다. 따라서 해가 없는 것을 따라 가야 한다.

$\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$ 의 해는 $x = 6$ 이므로 해가 있다.

$\begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ 의 해는 없다. 따라서 이쪽으로 가고, $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases}$ 의

해는 $x = 3$ 이다. $\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \end{cases}$ 의 해는 $2 < x < 4$ 이고 $\begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$

은 해가 없으므로 마지막 집을 향해 가고 있음을 알 수 있다

2. 부등식 $5x \leq a + 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

㉠ 2 ㉡ 3 ㉢ 4 ㉣ 5 ㉤ 6

해설

$5x \leq a + 4x$ 를 정리하면 $x \leq a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2가 되어야 하므로 $2 \leq a < 3$ 이
되어야 한다.

3. 부등식 $-2x \geq -x - a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 4개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$-2x \geq -x - a$ 를 정리하면 $2x \leq x + a$, $x \leq a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3, 4뿐이어야 하므로 $4 \leq a < 5$
이 되어야 한다.

4. 부등식 $\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 6개일 때, 자연수 a 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a \text{를 정리하면}$$

$$2x+3 - (x+3) < a$$

$$2x+3-x-3 < a$$

$$\therefore x < a$$

만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 6개여야 하므로 $7 \leq a < 8$ 이 되어야 한다.

따라서 $a = 7$ 이다.

5. 부등식 $4x + a \geq 5x - 2$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 1개일 때, 정수 a 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$4x + a \geq 5x - 2$ 를 정리하면

$-x \geq -2 - a, \therefore x \leq a + 2$

위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 1개이므로

$a + 2 = 1$

$\therefore a = -1$

6. 연립부등식 $\begin{cases} -(6-2x) > 10 \\ 9x+10 \leq 8x+18 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \leq -4$

② $-4 \leq x < 8$

③ 해가 없다.

④ $2 \leq x < 8$

⑤ $x > 8$

해설

(i) $-(6-2x) > 10, x > 8$

(ii) $9x+10 \leq 8x+18, x \leq 8$

따라서 해가 없다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 0.2x + 1 \geq 0.7x \\ \frac{x}{2} - 1 > \frac{x}{6} + \frac{1}{3} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 없다.

해설

(i) $0.2x + 1 \geq 0.7x, x \leq 2$

(ii) $\frac{x}{2} - 1 > \frac{x}{6} + \frac{1}{3}, 3x - 6 > x + 2$

$\therefore x > 4$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

8. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x - a < 3x \\ 3(x - 2) \geq 2x - 1 \end{cases} \quad \text{의 해가 없을 때, 상수 } a \text{ 의 값의 범위는?}$$

① $a < 10$

② $a \leq 10$

③ $a > 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $a > 3$

해설

$4x - a < 3x, \quad x < a, \quad 3(x - 2) \geq 2x - 1, \quad x \geq 5$, 해가 없으려면
 $a \leq 5$

9. 부등식 $ax < b$ 의 해가 $x > -1$ 이라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, $a \neq 0, b \neq 0$)

① $a > b$

② $a > 0, b < 0$

③ $a + b = 0$

④ $ab > 0$

⑤ $-\frac{a}{b} < 0$

해설

$ax < b$ 의 해가 $x > -1$ 이므로 $a < 0$

부등식을 풀면 $x > \frac{b}{a}$

따라서 $\frac{b}{a} = -1, b = -a$

$\therefore a + b = 0$

10. $\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6}$ 의 해가 다음 그림과 같이 수직선 위에 나타내어질 때, a 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6}$ 의 양변에 6 을 곱하면, $2x - 3a > 5$
 $2x - 3a > 5$ 의 해가 $x > 7$ 이므로 $2x > 5 + 3a$
 $x > \frac{5 + 3a}{2}$ 에서 $\frac{5 + 3a}{2} = 7$ 이다.
따라서 $a = 3$ 이다.

11. 일차부등식 $(a-2)x > a$ 의 해가 $x < \frac{1}{3}$ 이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$(a-2)x > a$$

$$x < \frac{a}{a-2} \text{ 가 } x < \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{a-2} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

$$3a = a - 2$$

$$2a = -2$$

$$\therefore a = -1$$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-1)+2(x+5)<x-3 \\ 2.1x-3.2\geq 1.8x-1.7 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(i) $3x-3+2x+10<x-3$ 에서 $4x<-10, x<-\frac{5}{2}$
(ii) $21x-32\geq 18x-17$ 에서 $3x\geq 15, x\geq 5$
따라서 만족하는 정수의 갯수는 0이다.

13. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

㉠

$$\begin{cases} 2x+3 \geq x+8 \\ 3x+1 \leq x+7 \end{cases}$$

㉡

$$\begin{cases} -2(x+3) \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$$

㉢

$$\begin{cases} 3(2x+9) \geq 5(x+5)+4 \\ x+3 \geq 3(x-\frac{1}{3}) \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠

$$\begin{cases} 2x+3 \geq x+8 \\ 3x+1 \leq x+7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 3 \end{cases} \rightarrow \text{해가 없다.}$$

㉡

$$\begin{cases} -2(x+3) \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} -2x-6 \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x > 6 \end{cases} \rightarrow x \geq 7$$

㉢

$$\begin{cases} 3(2x+9) \geq 5(x+5)+4 \\ x+3 \geq 3(x-\frac{1}{3}) \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} 6x+27 \geq 5x+25+4 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \rightarrow x = 2$$

따라서 해가 없는 연립부등식은 ㉠이다.

14. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① -6

② -4

③ 12

④ 14

⑤ 22

해설

$$3x - 2 \leq 5x + 8, 3x - 5x \leq 8 + 2, -2x \leq 10$$

$$\therefore x \geq -5$$

$$5x + 8 \leq 4x + a, 5x - 4x \leq a - 8$$

$$\therefore x \leq a - 8$$

$$-5 \leq x \leq a - 8$$

그런데 해가 $b \leq x \leq 9$ 이므로

$$b = -5, a - 8 = 9$$

$$\therefore a + b = 17 + (-5) = 12$$

15. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 1

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 15

해설

(i) $3x - 2 \leq 5x + 8, x \geq -5$

(ii) $5x + 8 \leq 4x + a, x \leq a - 8$

$-5 \leq x \leq a - 8$ 과 $b \leq x \leq 9$ 가 같으므로 $b = -5$

$a - 8 = 9, a = 17$

$\therefore a + b = 17 + (-5) = 12$

16. 연립부등식

$$\begin{cases} -4x - 15 \leq 1 \\ 3x + a < x \end{cases}$$

의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해는 $-4 \leq x < 4$ 이다.

$$-4x - 15 \leq 1$$

$$-4x \leq 16$$

$x \geq -4$ 이므로

$3x + a < x$ 의 해는 $x < 4$ 이다.

$$2x < -a \Rightarrow x < -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{a}{2} = 4 \quad \therefore a = -8$$

17. 연립부등식

$$\begin{cases} a + 5x < 2a \\ 2(x - 1) \geq -6 \end{cases}$$
이 해를 갖지 않기 위한 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$a + 5x < 2a$$

$$x < \frac{a}{5}$$

$$2(x - 1) \geq -6$$

$$2x - 2 \geq -6$$

$$\therefore x \geq -2$$

연립부등식이 해를 갖지 않으려면

$$\frac{a}{5} \leq -2$$

$$\therefore a \leq -10$$

따라서 a 의 최댓값은 -10 이다.

18. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7 \leq 2x-2 \\ 2ax-2b \geq bx+4a \end{cases}$ 의 해가 $x \leq -3$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

① 3 ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ 5

해설

$$5x+7 \leq 2x-2, 3x \leq -9, x \leq -3 \cdots \textcircled{1}$$

$$2ax-2b \geq bx+4a, (2a-b)x \geq 4a+2b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통되는 부분이 $x \leq -3$ 이 되기 위해서는 ②에서 $2a-b < 0$ 이다.

이때, $x \leq \frac{4a+2b}{2a-b}$ 이면서 $\frac{4a+2b}{2a-b} = -3$ 이어야 한다.

$$4a+2b = -6a+3b, 10a = b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{10}$$

19. x 에 관한 일차부등식 $-5x \geq b - 3ax$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 일 때, $2a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$

해설

$(-5 + 3a)x \geq b$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 로 부등호 방향이 바뀌지 않았

으므로

$$-5 + 3a > 0$$

$$\therefore a > \frac{5}{3}$$

부등식의 양변을 $-5 + 3a$ 로 나누면

$$x \geq \frac{b}{-5 + 3a} \text{ 이고, 이 해가 } x \geq -\frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{b}{-5 + 3a} = -\frac{1}{3}$$

$$-3b = 3a - 5, 3a + 3b = 5 \text{ 이므로 } a + b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 2b = \frac{10}{3}$$

20. 부등식 $ax + a - b < 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, 부등식 $(a - 2b)x > a + b$ 를 풀면?

① $x > 2$

② $x > 1$

③ $x < -1$

④ $x < -2$

⑤ $x < -3$

해설

$$ax < -a + b$$

$$x < \frac{-a + b}{a} = 1 \quad (\because a > 0)$$

$$-a + b = a, \quad -2a = -b, \quad 2a = b$$

$$(a - 2b)x > a + b, \quad (a - 4a)x > a + 2a$$

$$-3ax > 3a$$

$$\therefore x < -1 \quad (\because -3a < 0)$$

21. 연립부등식 $\begin{cases} ax - 3 \leq 9 \\ -2x + 6 \geq b \end{cases}$ 의 해와 방정식 $-4x + 7 = 16 + 2x$ 의

해가 같을 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{cases} ax - 3 \leq 9 \\ -2x + 6 \geq b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax \leq 12 \\ x \leq \frac{6-b}{2} \end{cases}$$

$$-4x + 7 = 16 + 2x$$

$$-6x = 9$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{-b+6}{2} = -\frac{3}{2}, b = 9$$

$$ax \leq 12 \text{의 해는 } x \geq -\frac{3}{2} \text{ 이므로 } \frac{12}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore a = -8$$

$$\therefore a + b = -8 + 9 = 1$$

22. 연립부등식

$$\begin{cases} x+2y \geq a+2 \\ y+2z \geq 2(a+4) \\ z+2x \geq a+5 \end{cases}$$

의 해 x, y, z 가 $x+y+z=9$ 를 만족할 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} x+2y \geq a+2 \\ y+2z \geq 2(a+4) \\ z+2x \geq a+5 \end{cases}$$

위 부등식을 변변 더하면 $3(x+y+z) \geq 4a+15$

$x+y+z=9$ 이므로 $27 \geq 4a+15$

$\therefore a \leq 3$

따라서 a 의 최댓값은 3 이다.