

1. 두 개의 일차함수 $y = ax + 1$ (단, $a > 0$), $y = -2x + b$ 가 있다. 이 두 함수의 x 의 범위는 $-1, 2$ 이고 함숫값의 범위는 일치한다. 이 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

함숫값의 범위를 각각 구해보면
 $-a + 1, 2a + 1$
 $-4 + b, 2 + b$
i) $-a + 1 = -4 + b \dots \textcircled{1}$
 $2a + 1 = b + 2 \dots \textcircled{2}$ 일 때,
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면 $a = 2, b = 3$
 $a > 0$ 을 만족한다.
ii) $-a + 1 = b + 2 \dots \textcircled{1}$
 $2a + 1 = -4 + b \dots \textcircled{2}$ 일 때,
 $a = -2, b = 1$
 $a > 0$ 을 만족하지 않는다.
따라서 $b - a$ 는 $3 - 2 = 1$ 이다.

2. 두 개의 일차함수 $y = ax + 1$ (단, $a > 0$), $y = -2x + b$ 가 있다.
이 두 함수의 x 의 범위가 $-1 \leq x \leq 2$ 이고 함숫값의 범위는 일치한다.
이 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 0

해설

$y = ax + 1$ (단, $a > 0$), $y = -2x + b$ 가 있다.
이 두 함수의 x 의 범위가 $-1 \leq x \leq 2$ 에 대한 함숫값의 범위를 각각
구해보면
 $-a + 1 \leq y \leq 2a + 1$
 $-4 + b \leq y \leq 2 + b$
 $-a + 1 = -4 + b \quad \dots \textcircled{1}$
 $2a + 1 = b + 2 \quad \dots \textcircled{2}$
①, ②를 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = 3$
 $\therefore b - a = 3 - 2 = 1$

3. 세 점 A(-1, -3), B(3, 5), C(m , $m+3$)이 모두 한 직선 위의 점일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

세 점 A, B, C가 한 직선 위의 점이므로

$$\frac{5 - (-3)}{3 - (-1)} = \frac{m + 3 - 5}{m - 3}$$

$$2 = \frac{m - 2}{m - 3}$$

$$2m - 6 = m - 2$$

$$\therefore m = 4$$

4. 세 점 $(2, 5), (-1, -3), (k, 8)$ 이 한 직선 위에 있을 때, 상수 k 와 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{25}{8}$

▷ 정답 : $y = \frac{8}{3}x - \frac{1}{3}$

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{-3-5}{-1-2} = \frac{8+3}{k+1} = \frac{8}{3} \therefore k = \frac{25}{8}$$

$$y = \frac{8}{3}x + d \text{ 가 점 } (2, 5) \text{ 를 지나므로}$$

$$5 = \frac{16}{3} + d \therefore d = -\frac{1}{3}$$

$$y = \frac{8}{3}x - \frac{1}{3}$$

5. 제 2 사분면을 지나지 않는 일차함수 $y = ax - 1$ 이 있다. 이 함수를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 (a, a) 를 지난다. 그 일차함수가 지나지 않는 사분면은?

$$(\text{단, } \frac{f(p) - f(q)}{p - q} = 3)$$

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
③ 제 3사분면 ④ 제 4사분면
⑤ 제 3사분면과 제 4사분면

해설

$$\frac{f(p)-f(q)}{p-q}=3 \text{ 은 기울기를 뜻하므로 } a=3 \text{ 이다.}$$

따라서, $y = 3x - 1$ 을 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $y = 3x - 1 + b$ 이고

 $y = 3x - 1 + b$ 이고
 직선 () 을 나타내며,

점 (a, a) 를 지나므로, $a = 3a - 1 + b$

그런데 $a = 3$ 이므로 $3 = 9 - 1 + b \quad \therefore b = -5$

구하는 일차함수는 $y = 3x - 6$ 이므로

x 절편은 2, y 절편은 -6 이다.

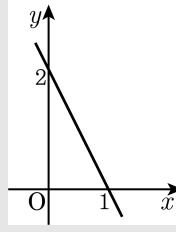
그래프를 그려보면, 제 2사분면을 지나지 않는다.

6. 일차함수 $y = ax + b$ 의 x 절편이 -1 이고, y 절편이 2 일 때, 일차함수 $y = -bx + a$ 가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
③ 제 3사분면 ④ 제 4사분면
⑤ 제 3사분면과 제 4사분면

해설

y 절편이 2 이므로 $y = ax + 2$, 점 $(-1, 0)$ 을
지나므로, $0 = -a + 2 \therefore a = 2, b = 2$
 $y = -2x + 2$ 의 그래프를 그리면



7. 일차함수 $y = ax + 6$ 의 그래프가 $-1 \leq x < 3$ 의 범위에서 항상 $y > 0$ 일 때, a 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2 < a < 6$

해설

일차함수의 그래프는 증가하거나 감소하는 그래프이므로 $-1 \leq x < 3$ 의 범위에서 항상 $y > 0$ 이려면 $x = -1$ 일 때 $y > 0$ 이고, $x = 3$ 일 때 $y > 0$ 이어야 한다.

$$-a + 6 > 0, 3a + 6 > 0$$

$$\therefore -2 < a < 6$$

8. 일차함수 $y = ax - 3$ 의 그래프는 점 $(m, 1)$ 을 지난다. $\frac{1}{3} \leq a \leq 4$ 일 때, m 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 \leq m \leq 12$

해설

$a = \frac{1}{3}$ 일 때 $y = \frac{1}{3}x - 3$ 이고

$x = m, y = 1$ 을 대입하면 $1 = \frac{1}{3}m - 3$

$\therefore m = 12$

$a = 4$ 일 때 $y = 4x - 3$ 이고

$x = m, y = 1$ 을 대입하면 $1 = 4m - 3$

$\therefore m = 1$

따라서 구하는 m 의 값의 범위는 $1 \leq m \leq 12$ 이다.

9. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프는 점 $(1, -4)$ 를 지나고 $y = -\frac{3}{5}x + 3$ 의 그래프와 x 축 위에서 만난다. 이때, 일차함수의 식은?

- ① $y = 3x + 4$ ② $y = x - 5$ ③ $y = -x + 3$
④ $y = \frac{1}{2}x - 3$ ⑤ $y = \frac{3}{5}x - 3$

해설

$y = ax + b$ 의 그래프는 $y = -\frac{3}{5}x + 3$ 의 그래프와 x 축 위에서 만나므로 x 절편이 서로 같다.

$$0 = -\frac{3}{5}x + 3, \quad \therefore x = 5$$

즉, $y = ax + b$ 의 그래프는 두 점 $(5, 0)$, $(1, -4)$ 를 지나므로

$$(\text{기울기}) = \frac{-4 - 0}{1 - 5} = 1, \quad \therefore a = 1$$

$y = x + b$ 에 점 $(5, 0)$ 을 대입하면 $b = -5$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y = x - 5$ 이다.

10. 직선 $3x + 2y - 4 = 0$ 과 y 축 위에서 만나고 두 점 $\left(\frac{1}{3}, -2\right), \left(\frac{8}{3}, 0\right)$ 의 중점을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -2x + 2$

해설

직선 $3x + 2y - 4 = 0$ 의 y 절편은

$y = -\frac{3}{2}x + 2$ 이므로 $y = 2$ 이다.

또 두 점 $\left(\frac{1}{3}, -2\right), \left(\frac{8}{3}, 0\right)$ 의 중점은

$\left(\frac{\frac{1}{3} + \frac{8}{3}}{2}, \frac{-2 + 0}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, -1\right)$ 이다.

따라서 구하는 직선은 두 점 $(0, 2)$ 와 $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ 를 지나므로 그

방정식은

$y - 2 = \frac{-1 - 2}{\frac{3}{2} - 0}x$ 이다.

$\therefore y = -2x + 2$

11. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 $y = 5x - 3$ 과 y 축 위에서 만나고, $f(-1) = 0$ 을 만족한다고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -6 ② 6 ③ 3 ④ -3 ⑤ 0

해설

$y = 5x - 3$ 과 y 축 위에서 만나므로

y 절편은 -3 이고

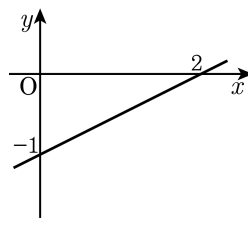
$f(-1) = 0$ 이므로 x 절편은 -1 이다.

따라서 일차함수 $y = ax + b$ 는 $(-1, 0)$, $(0, -3)$ 을 지나므로

$y = -3x - 3$ 이다.

$\therefore a = -3, b = -3$ 이므로 $a + b = -6$

12. 다음 그래프의 일차함수의 식이 $y = ax + b$ 라고 한다. $2a + b$ 의 값은?



- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

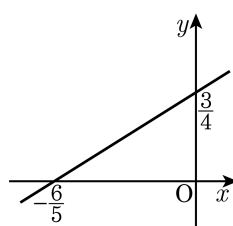
y 절편이 -1 이므로 일차함수의 방정식은 $y = ax - 1$ 이고,

x 절편이 2 이므로

$$0 = 2a - 1, \quad a = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } 2a + b = 2 \times \frac{1}{2} - 1 = 0 \text{이다.}$$

13. 다음 그래프는 $y = (1-a)x + b + \frac{1}{2}$ 의 그래프이다. 이때, $2a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\left(-\frac{6}{5}, 0\right), \left(0, \frac{3}{4}\right)$ 을 지나는함수 $\rightarrow y = \frac{5}{8}x + \frac{3}{4}$

$y = (1-a)x + b + \frac{1}{2}$ 과 같으므로

$$1-a = \frac{5}{8}, b + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$a = \frac{3}{8}, b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 2a + b = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

14. 일차함수 $y = 2x - 2$ 의 그래프와 y 축 위에서 만나고, x 절편이 -4 인 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{2}x - 2$

해설

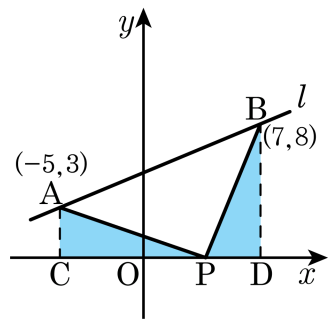
y 축 위에서 만나므로 y 절편은 -2 로 같다.

$y = ax - 2$ 에 $(-4, 0)$ 을 대입하면

$$0 = -4a - 2, a = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x - 2$$

15. 다음 그림에서 $\triangle APC$ 와 $\triangle PDB$ 의 넓이는 같다. 점 P의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때 $11a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 41

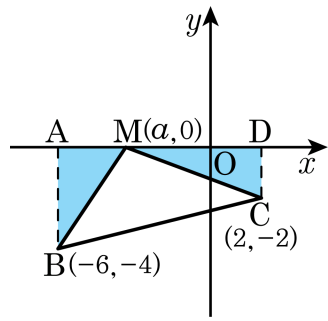
해설

$$\frac{1}{2} \times 3 \times (a + 5) = \frac{1}{2} \times 8 \times (7 - a)$$

$$3a + 15 = 56 - 8a$$

$$\therefore 11a = 41$$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABM$ 과 $\triangle CDM$ 의 넓이는 같고 점 M 의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때 $3a$ 의 값을 구하면?



- ① -3 ② -6 ③ -9 ④ -10 ⑤ -11

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 4 \times (a + 6) &= \frac{1}{2} \times 2 \times (2 - a) \\ 2a + 12 &= 2 - a \\ 3a &= -10 \\ \therefore 3a &= -10 \end{aligned}$$