

1. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$

② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$

③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(작수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} \text{ 이므로 양의 해는 } \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

2. 이차방정식 $x(x - 6) = a$ 가 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은?

① -9

② -6

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$$x^2 - 6x - a = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (-6)^2 + 4a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

3. 다음 중에서 이차함수인 것은?

① $y = x^2 - (x - 1)^2$

② $y = \frac{1}{x} - 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x(x - 2) - 5$

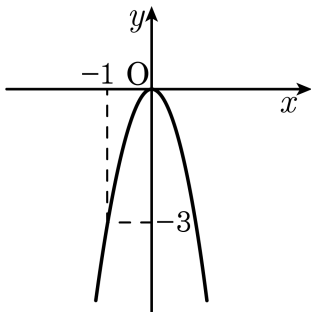
④ $y = \frac{1}{x^2}$

⑤ $y = -3x + 5$

해설

①, ⑤은 일차함수이고, ②, ④은 분모에 x 가 있으므로 이차함수는 ③이다.

4. 다음 그림과 같은 그래프가 나타내는 이차함수의 식은?



① $y = -3x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = 3x^2$

④ $y = \frac{1}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $(-1, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a \times (-1)^2$, $a = -3$
 $\therefore y = -3x^2$

5. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

① $y = 4x^2 - 2$

② $y = 4x^2 + 2$

③ $y = 4(x - 2)^2$

④ $y = 4(x + 2)^2$

⑤ $y = 4(x - 2)^2 + 2$

해설

$$y = 4x^2 - 2$$

6. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3(x - 1)^2$

③ $y = 3x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 1)^2 - 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

7. $y = -x^2 + 4x - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 , y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은?

① $y = -x^2$

② $y = -x^2 - 4$

③ $y = -x^2 + 8x$

④ $y = -x^2 - 4x$

⑤ $y = -x^2 + 8x - 4$

해설

$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x - 2)^2 + 3$$

꼭짓점 $(2, 3)$ 을 x 축의 방향으로 -2 , y 축 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 $(0, 0)$ 이다. 따라서 구하는 식은 $y = -x^2$ 이다.

8. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

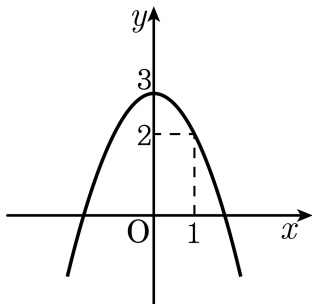
④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

9. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



① $y = 3x^2 + 1$

② $y = 3x^2 + 2$

③ $y = -3x^2 + 3$

④ $y = -x^2 + 3$

⑤ $y = -x^2 + 2$

해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0, 3)$ 이므로 $y = ax^2 + 3$ 이고
 $(1, 2)$ 를 지나므로 $2 = a + 3$, $a = -1$ 이다.

따라서 그래프의 식은 $y = -x^2 + 3$ 이다.

10. $y = 3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 3x^2 - 2$

② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = 3x^2 + 6x - 8$

④ $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤ $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$$y = 3(x+1)(x-2) = 3x^2 - 3x - 6$$

11. 이차방정식 $(x+1)(x-3) - \frac{x^2+1}{4} = 3(x-1)$ 의 근은?

① $x = 0$ 또는 $x = \frac{20}{3}$

② $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{53}}{6}$

③ $x = \frac{10 \pm 2\sqrt{53}}{3}$

④ $x = \frac{5 \pm \sqrt{103}}{6}$

⑤ $x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$

해설

$$(x^2 - 2x - 3) - \frac{x^2 + 1}{4} = 3x - 3$$

$$4x^2 - 20x - x^2 - 1 = 0$$

$$3x^2 - 20x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$$

12. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2, 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } -2 + 5 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -2 \times 5 = -10 = \frac{-10}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -3$$

$$\therefore a + b = -2$$

13. 어떤 수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2배로 하였더니 제공한 것보다 35가 작게 되었다.

원래의 수 중 양수인 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

구하는 수를 x 라 하면

$$2x = x^2 - 35$$

$$(x + 5)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = 7 (\because x > 0)$$

14. 지면에서 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(30t - 5t^2)$ m 라고 할 때, 물체를 던져 올리고 나서 지면에 떨어지는데 걸리는 시간은?

① 2 초 후

② 3 초 후

③ 4 초 후

④ 5 초 후

⑤ 6 초 후

해설

지면에 떨어질 때의 높이는 0 이므로

$$30t - 5t^2 = 0, t^2 - 6t = 0$$

$$t(t - 6) = 0, t = 0, 6$$

$$t > 0 \text{ 이므로 } t = 6$$

15. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 점 $(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

② 대칭축은 $x = 1$ 이다.

③ 점 $(2, 3)$ 을 지난다.

④ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 $(2, 6)$ 을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 12)$, $(-2, -2b)$, $(1, 1 - 4a)$ 를 지날 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면 $c = 12$

$$-2b = 4a - 2b + c \cdots \textcircled{㉠}$$

$$1 - 4a = a + b + c \cdots \textcircled{㉡}$$

$c = 12$ 를 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $a = -3$

$a = -3$, $c = 12$ 를 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면 $b = 4$

$$\therefore a - b + c = -3 - 4 + 12 = 5$$

17. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다.
 $m + n$ 의 값은?

① 1

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a^2 + a - 1$$

서로 다른 두 근을 가지므로

$$a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$$

$$(3a - 2)(a + 2) < 0$$

$$-2 < a < \frac{2}{3}$$

그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로

$$-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$$

$$\therefore m + n = \frac{4}{3}$$

18. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

19. 고속도로의 통행료를 $x\%$ 인상하면 요금을 올리기 전보다 통행료 수입이 78% 줄어들고, 통행 차량의 수도 $8x\%$ 줄어든다고 한다. 통행료의 요금 인상률 x 를 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 통행차량 수를 B 대 라 하면
인상 후의 통행료는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 통행차량 수는

$B\left(1 - \frac{8x}{100}\right)$ 대, 통행료 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 원

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{100}\right)$$

$$= A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right) \text{이다.}$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{8x}{100}\right) = \left(1 - \frac{78}{100}\right)$$

$$2x^2 + 175x - 1950 = 0$$

$$(2x + 195)(x - 10) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 10$$

20. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이
고, $y = x^2$... (가), $y = -x^2$... (나)이다. $-1 <$
 $a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은
것은?

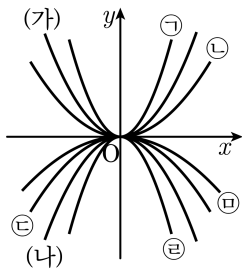
① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉤

⑤ ㉦



해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡
이다.

21. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$

② 13

③ $-\frac{11}{3}$

④ $\frac{13}{2}$

⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1 - p, \frac{1}{2}\right)$

이므로 $1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2}$ 이다.

$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지나므로 $b =$

$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13$ 이다.

$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3 \text{ 이므로 대칭축은 } x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

23. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면

$$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$$

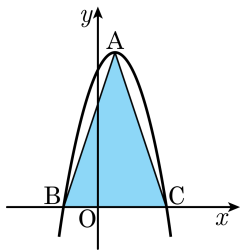
$$y = -3(x + 1)^2 + 5 \text{ 이므로}$$

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
 $q = 2$

$$\text{따라서 } \frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ 이다.}$$

24. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구 하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

이차함수식의 x 절편은

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \text{에서}$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

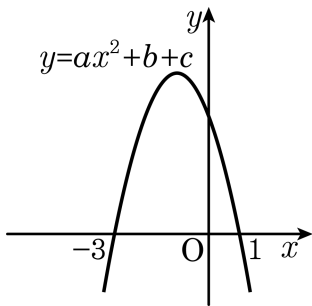
$$B(-2, 0), C(4, 0)$$

$$y = -(x^2 - 2x + 1) + 9 = -(x - 1)^2 + 9$$

$$\therefore A(1, 9)$$

따라서 넓이는 $6 \times 9 \times \frac{1}{2} = 27$ 이다.

25. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$

② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$

④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$ 이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

26. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.

㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.

㉢ 점 $(6, -2)$ 를 지난다.

① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

27. 이차함수 $y = x^2 + mx + m$ 의 최솟값을 M 이라 할 때, M 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + mx + m = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m$$

$$\text{최솟값 } M = -\frac{m^2}{4} + m$$

$$M = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$$

$m = 2$ 일 때, M 은 최댓값 1 을 갖는다.

28. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.

넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



① 6m

② 8m

③ 10m

④ 12m

⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,

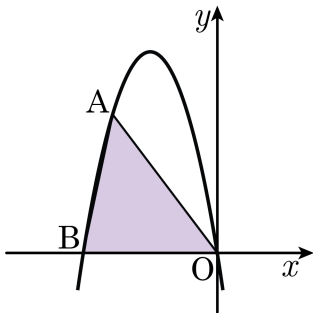
$$y = x(40 - 2x)$$

$$= -2x^2 + 40x$$

$$= -2(x - 10)^2 + 200$$

$x = 10$ 일 때, 최대값은 200 이다.

29. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점

$(0, 0)$, $(-6, 0)$ 을 지나므로,

$$0 = c, 0 = -36 - 6b$$

$$b = -6, c = 0$$

$$y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$$

$\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 $\overline{OB}$ 라고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의 넓이가 최대가 된다.

즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로

$$\triangle OAB \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

30. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2(a+b)^2 + 5(a+b) = 25 \\ 3(a-b)^2 - 7(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = -4$

해설

$$(i) \quad 2(a+b)^2 + 5(a+b) = 25$$

$a+b = A$ 로 놓으면

$$2A^2 + 5A - 25 = 0$$

$$(2A-5)(A+5) = 0$$

$$\therefore A = \frac{5}{2} \text{ 또는 } A = -5$$

a, b 는 정수이므로 $a+b = -5$

$$(ii) \quad 3(a-b)^2 - 7(a-b) = 6$$

$a-b = B$ 로 놓으면

$$3B^2 - 7B - 6 = 0$$

$$(3B+2)(B-3) = 0$$

$$\therefore B = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } B = 3$$

a, b 는 정수이므로 $a-b = 3$

(i), (ii) 에서

$$a+b = -5$$

$$+) a-b = 3$$

$$\hline 2a = -2$$

$$\therefore a = -1, b = -4$$

31. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 p, q 일 때, 이차방정식 $\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0$ 의 두 근을 각각 p, q 에 관한 식으로 나타내어라.
(단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-p$

▷ 정답 : $-q$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서 } p + q = -\frac{b}{a}, pq = \frac{c}{a}$$

$$\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0 \text{ 의 양변에 } c \text{ 를 곱하면}$$

$$x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + (p + q)x + pq = 0$$

$$(x + p)(x + q) = 0$$

$$\therefore x = -p \text{ 또는 } x = -q$$

$$\text{따라서 } \frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0 \text{ 의 두 근은 } -p \text{ 와 } -q \text{ 이다.}$$

32. 이차방정식 $x^2 + (p-3)x + 12 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $\frac{|a|}{|b|} = 3$ 이 되는 p 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -5

▷ 정답: 11

해설

주어진 이차방정식에서 (두 근의 곱) $= 12 > 0$ 이므로 두 근의 서로 같은 부호이다.

두 근을 $\alpha, 3\alpha$ 라 하면

$$\alpha \times 3\alpha = 12 \quad \therefore \alpha = \pm 2$$

$$\alpha + 3\alpha = -(p-3) \text{ 에서 } p = 3 - 4\alpha$$

이때 $\alpha = 2$ 이면 $p = -5$, $\alpha = -2$ 이면 $p = 11$ 이다.

따라서 $p = -5$ 또는 $p = 11$ 이다.

33. 원가가 A 원인 어떤 물건에 $x\%$ 의 이익을 붙여 정가를 매겼다가 다시 정가의 $x\%$ 를 할인하여 팔면 $\frac{A}{25}$ 원의 손해를 보게 된다. 이때 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

원가 A 원에 $x\%$ 의 이익을 붙이면 정가는

$A \left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원이고, 다시 정가의 $x\%$ 를 할인하면 판매가는 $A \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{x}{100}\right)$ 원이다.

이때 $\frac{A}{25}$ 원의 손해를 보았으므로

$(\text{판매가}) - (\text{원가}) = -\frac{A}{25}$ 에서

$$A \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{x}{100}\right) - A = -\frac{A}{25}$$

$$A \left(1 - \frac{x^2}{10000}\right) = \frac{24}{25}A$$

$$1 - \frac{x^2}{10000} = \frac{24}{25}$$

$$\therefore x = \pm 20$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 20$ 이다.

34. 밑변의 길이가 20cm, 높이가 16cm 인 삼각형에서 밑변의 길이는 매초 2cm 씩 늘어나고, 높이는 매초 1cm 씩 줄어든다고 할 때, 그 넓이가 처음 삼각형과 같아지는데 걸리는 시간은?

① 2 초

② 3 초

③ 4 초

④ 5 초

⑤ 6 초

해설

$$\frac{1}{2}(20 + 2x)(16 - x) = \frac{1}{2} \times 20 \times 16$$

$$2(10 + x)(16 - x) = 20 \times 16$$

$$(10 + x)(16 - x) = 10 \times 16$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0, 6$$

∴ 6 초 후

35. 이차함수 $f(x) = x^2 - 1$ 에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1} = f(f^n(x))$ 라 할 때, $f^{2009}(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f^1(-1) = 0$$

$$f^2(-1) = f(f^1(-1)) = f(0) = -1$$

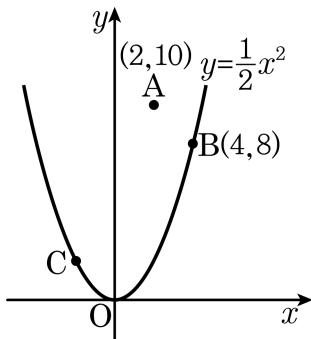
$$f^3(-1) = f(f^2(-1)) = f(-1) = 0$$

$$f^4(-1) = f(f^3(-1)) = f(0) = -1$$

⋮

$$\therefore f^{2009}(-1) = 0$$

36. 정점 A(2, 10), B(4, 8)에 대하여 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 C를 잡고 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC를 만들 때, 점 C의 y좌표를 p 라 하자. 또 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 D를 잡아서, $\overline{AD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형 ABD를 만들 때, 점 D의 y좌표를 q 라 하자. 이 때, $p + (q - 7)^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

직선 AB의 방정식은 $y = -x + 12$

따라서, 직선 AB에 수직인 직선 BC는 점 (4, 8)을 지나고, 기울기 1인 직선이다.

$$\therefore y = x + 4$$

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

점 C의 x좌표가 -2이므로

$$y\text{좌표는 } \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2 = p$$

$\overline{AB}$ 의 중점 (3, 9)를 지나고 기울기가 1인 직선의 방정식은

$$y = x + 6 \text{ 이다. } \frac{1}{2}x^2 = x + 6, x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{1 - (-12)} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$y = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{13})^2$$

$$= \frac{1}{2}(14 \pm 2\sqrt{13}) = 7 \pm \sqrt{13} = q$$

$$\therefore p + (q - 7)^2 = 2 + 13 = 15$$

37. 직선 $x = 1 - y$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 포물선 $y = px^2$, $y = qx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 B, C, y 축과 만나는 점을 D 라 하고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 의 비례식이 성립되기 위한 상수 p, q 에 대하여 pq 의 값을 구하여라.(단, $q > p > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

A(1, 0), D(0, 1) 이고 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 이고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

비례식 $1 : \frac{1}{2} = (3k + ak + k) : (k + ak)$ 이 성립한다.

$$\therefore a = 2$$

따라서 점 B 의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, C $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$

$y = px^2$ 가 B $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 를 지나므로 $p = 2$

$y = qx^2$ 가 C $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$ 를 지나므로 $q = 30$

$$\therefore pq = 60$$

38. 좌표평면 위의 두 점 $A(4, 1)$, $B(1, -2)$ 와 직선 $y = 2x$ 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{211}{10}$

해설

점 P 의 좌표를 $(a, 2a)$ 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= (a-4)^2 + (2a-1)^2 + (a-1)^2 + (2a+2)^2 \\ &= 10a^2 - 6a + 22 \\ &= 10\left(a - \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{211}{10}\end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{3}{10}$ 일 때, 최솟값은 $\frac{211}{10}$ 이다.

39. 이차함수 $y = ax^2 + 2bx + 4c$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나고 최솟값이 -6 일 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{3}$

해설

$y = ax^2 + 2bx + 4c$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 각각 지나므로

$$4a - 4b + 4c = 0$$

$$a - b + c = 0$$

$$16a + 8b + 4c = 0$$

$$4a + 2b + c = 0$$

$$\therefore b = -a, c = -2a$$

또 주어진 함수의 최솟값이 -6 이므로

$$y = ax^2 + 2bx + 4c$$

$$= ax^2 - 2ax - 8a$$

$$= a(x - 1)^2 - 9a$$

$$\therefore -9a = -6$$

따라서 $a = \frac{2}{3}$, $b = -\frac{2}{3}$, $c = -\frac{4}{3}$ 이므로 $a + b + c = -\frac{4}{3}$ 이다.